MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

MODULE I

MATHÉMATIQUES

Novembre 2016

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

TABLE DES MATIÈRES

Préface

Le module des Mathématiques de seondaire 1 est conforme au programme officiel du Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle.

ce document, dans le cadre du nouveau secondaire, a été élaboré par des enseignants qualifiés qui veulent transmettre leur savoir autrement.

Loin d'être encore un produit standardisé, il n'est non plus à ses débuts et son exposition va s'enrichir au fur et à mesure que les expériences acquises en l'utilisant à des publics variés, avec la nouvelle approche par les compétences, donneront les résultats souhaités qui vont prouver sa vitalité et son murissement.

Il représente aussi un choix pragmatique fondé sur un enseignement réalisé typiquement en interaction avec les élèves.

Cet ouvrage plaira spécialement à tous les élèves qui viennent à peine de terminer le cycle fondamental. Ceux qui s'intéressent aux coloriages, aux tableaux de proportionnalité, aux figures géométriques, aux calculs etc.... ne seront pas deçus.

La présentation de ce document est exceptionnelle et claire, les preuves sont données avec grand soin, signe des temps de recherche de qualité et certains exercices sont accompagnés de solution qui sont la seule garantie que l'exercice est faisable.

Enfin, l'équipe d'élaboration du module de mathématiques compte sur tous ceux qui, par leur bonne volonté et leur compétence en la matière, touvent des éléments à ajouter ou à enlever dans ce nouveau document, elle les attend.

Et ce, pour le bien du nouveau secondaire et pour le progrès du pays.

Bon travail!

CHAPITRE I

NOMBRES RÉELS

CHAPITRE I.- PROPORTIONNALITÉ & QUOTIENTS

- RAPPELS -

I.1) DIVISION ENTIERE OU DIVISION EUCLIDIENNE

Questions : (on ne vous demande pas d'y répondre tout de suite)
Combien de tables de 4 places sont remplies par 87 élèves à la cantine ? Y aura-t-il des places restantes pour les profs ?
Avec 150 roses, on veut faire des bouquets de 7 roses. Combien de bouquets a-t-on ? Reste-t-il des roses ?
Pour trouver les réponses à ces deux questions, on a besoin de la technique de la division euclidienne.

I.1.A) Définition:

Effectuer la **division euclidienne (ou division entière)** d'un nombre entier (appelé **dividende**) par un nombre entier différent de 0 (appelé **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers appelés le **quotient** et le **reste**, qui vérifient les deux conditions :

1→ Dividende = Diviseur x Quotient + Reste et 2→ Reste < Diviseur

Dividende	Diviseur
Reste	Quotient

En fait, la division euclidienne est une division entière où on ne poursuit pas les calculs après la virgule.

Exemple 1: effectuons la division euclidienne de 45 par 7 (qu'on notera **45 ÷ 7**).

..... →	4 5	7	←	.....
	−			
	4 2	6	←	.....
..... →	3			

Et on écrit toujours « l'égalité euclidienne » :
45 = 7 X 6 + 3 et le reste 3 < diviseur 7

Exemple 2 : effectuons la division euclidienne de 5 par 12 (qu'on note …… ÷R ……).

5	12
5	0

Et on écrit toujours « l'égalité euclidienne » :

5 = 12 X…… + …… et ……< 12

Lorsque le dividende est inférieur au diviseur, le quotient est égal à …… et le reste est égal au ……

Exemple 3 : effectuer la division euclidienne de 18 par 6 (qu'on note ……).

18	6
. .	.

Et on écrit toujours « l'égalité euclidienne » :

…… = …… X…… + …… et …… < ……

Puisque le **reste est nul**, on dit que **« 6 est un diviseur de 18 »** ou, ce qui est équivalent, que **« 18 est un multiple de 6 »**.

Exemple 4 :

⇒ **La condition** 2 **reste < diviseur est essentielle!**
Ex : l'égalité 33 = 7 X 3 + 12 n'est pas une égalité euclidienne car le reste 12 > diviseur 7 (en fait, on n'a pas assez trouvé de 7 dans 33 !).

⇒ Mais l'égalité 33 = 7 X 4 + 5 provient bien d'une division euclidienne car le reste 5 < diviseur 7.

Exercices :

Effectuer (Ne pas oublier d'écrire l'égalité euclidienne et la condition) :

1) la division euclidienne de 13 par 5. 47 par 11

2) L'égalité 26 = 25 X 1 + 1 provient elle d'une division entière ? …… car…… <……

L'égalité 26 = 5 X 4 + 6 provient-elle d'une division euclidienne ? …… car……

3) Calculer mentalement 5 X 11 + 7 = ……

Dans la division euclidienne de 62 par 11, quel est le quotient ? ……, quel est le reste ? ……

Attention : dans la division euclidienne de 62 par 5, quel est le quotient ? ……, quel est le reste ? ……

4) Calculer mentalement 5 X 12 = ……

Sans poser l'opération, donner le quotient q et le reste r dans la division euclidienne de :

a) 60 par 5 ; q = …… et r = ……
b) b) 66 par 5 ; q = …… et r = ……

5) Plus difficile : dans chaque division euclidienne, trouver le nombre manquant :
(Conseil : écrire pour chaque cas l'égalité euclidienne en laissant un vide pour le nombre manquant, puis essayer de trouver ce nombre manquant.)

……	9	……	8	57	……	57	……
3	6	1	7	2	5	1	4

Un peu d'histoire et de vocabulaire :

1. D'où vient l'expression « division euclidienne » ?

Ce terme a été introduit par les mathématiciens du groupe Bourbaki au milieu du XXème siècle, en l'honneur d'Euclide, un grand mathématicien grec qui enseignait à Alexandrie au IIIème siècle av. J.C, et qui ne connaissait pas encore les nombres décimaux.

Cherchez dans une encyclopédie ou sur Internet des informations et une image d'Euclide.

2. Le sens des mots :

⇒ *Dividende* vient du latin *dividendus,* qui signifie : **qui doit être divisé.**

⇒ *Quotient* vient du latin *quoties,* qui signifie : **combien de fois.**

I.1.B) Utilité de la division euclidienne

Elle peut servir :

⇒ aux problèmes d'achat d'objets entiers.

⇒ aux problèmes de partage entier (paquet de bonbons à distribuer entre plusieurs élèves par exemple).

⇒ aux problèmes de conversion temporelle (conversion d'heures en jours et heures par exemple).

⇒ aux problèmes de répartition entière (temps par exercice dans un contrôle).

Exercices

1. Bilbo a 200 Gdes. Il veut acheter des livres de maths à 3 Gdes. Combien peut-il en acheter ? Combien lui reste-t-il ?
   Est-il content ?

2. Dans une classe de 26 élèves, les élèves doivent se grouper par 2 ou 3 pour préparer un exposé.
   Combien y a-t-il de groupes au maximum ? Au minimum ?

3. Un prof de maths a corrigé 52 copies (2 classes) sans s'arrêter. Il met 10 minutes par copie.
   Combien d'heures et de minutes a-t-il travaillé ?
   Mérite-t-il une pause ?

4. A un contrôle de maths, il y a 7 exercices d'importance équivalente. Le contrôle dure 1 heure.
   Combien de minutes doit on réserver à chaque exercice ? Combien de minutes reste-t-il pour relire ?

I.2) QUOTIENT D'UN NOMBRE DECIMAL PAR UN NOMBRE DECIMAL NON NUL (0)

I.2.A) Définition ; lien avec la multiplication

Exemples :

⇒ Trouver le salaire mensuel de Nicole sachant qu'elle gagne 18 000 Gdes par an, revient à trouver le nombre qui, multiplié par 12, donne 18 000

Nombre de …… Salaire …… en Gdes Salaire …… en Gdes

Pour trouver ce facteur manquant, il faut effectuer l'opération 18 000 …… 12.

= 18 000 ÷ 12

⇒ J'ai acheté 1,2 kg de moules pour 24 Gdes au total. Trouver le prix d'un kg de moules, revient à trouver le nombre qui, …… par 1,2 donne ……

1,2 × = 24

…… Prix d' …… en Gdes Prix …… en Gdes

Pour trouver ce terme manquant, il faut effectuer l'opération

…… ÷ ……

= …… ÷ ……

Définition:

- Le facteur manquant dans la multiplication d x = n avec d 0 s'appelle le **quotient de n par d (d .....).**

- Ce quotient s'obtient en effectuant la division: = n ÷ d

Remarque :

- Le quotient est donc le résultat d'une division par un nombre différent de .....
- Rechercher un facteur (terme) inconnu dans une multiplication revient à trouver un quotient grâce à une division.

1 6 9	1 3
. .	
. .	
. .	
.	

6 3, 0	
. .	
. .	
. .	
. .	

⇒ **soit des valeurs approchées du quotient** : troncature, arrondi, valeur approchée par défaut (inférieure) ou par excès (supérieure) quand la division ne se termine pas et ne tombe pas juste.

Exercice : calculer en posant la division le quotient de 25 par 3 (arrêtez au

	8,33
Troncature à l'unité	
Arrondi à la dizaine	
Valeur approchée par défaut au centième	
Valeur approchée par excès au centième	

Vérifiez à la calculatrice.

I.2.C) Ecriture fractionnaire :

Certains quotients ne sont pas des nombres décimaux !

⇒ Prenons par exemple 2 ÷ 7 ou ∏ ÷ 1,1 : quand on pose ces divisions, elles ne se « terminent » jamais.

Autre « problème » : ces écritures en ligne avec le signe ¸ **ne sont pas pratiques du tout** à manipuler et sont **source de nombreuses erreurs de priorité** !

Par exemple : dans l'écriture 5 - 4 ÷ 1, on peut faire l'erreur de faire le calcul 5 - 4 ; alors que dans l'écriture 5 – 4, on n'est jamais tenté de faire le 5 - 4 !

D'où l'introduction de l'écriture fractionnaire :

$$\boxed{n \div d = \frac{n}{d}}$$

num.....

Dividende

diviseur

dénominateur different de 0

Dorénavant, on utilisera **toujours l'écriture fractionnaire** !

Exercice 1 : écrire sous forme fractionnaire, **sans rien calculer :**

Neuf quarts un tiers la moitié de k

Une demi - pomme

2 ÷ 3 = (**Noter que le trait de fraction doit être mis exactement au milieu du signe** =)

∏ ÷ 2,3 = (2,5 - 1) ÷ (4 - 1) =

Vitesse moyenne = distance ÷ temps =

Ecrire sous forme fractionnaire un quotient dont le dénominateur est le triple du numérateur :

Exercice 2 : écrire sous forme fractionnaire les écritures suivantes **sans rien calculer** :

3 - 5 ÷ 7 = 4 + 9 ÷ 8 = a - b ÷ c =

Quatre (4) cas particuliers à retenir : Quelles que soient les valeurs de n et de d ( ), on a :

✓ $\frac{-}{-}$ = …… ; 0 divisé par n'importe quel nombre (sauf 0) donne toujours ……

✓ $\frac{-}{-}$ = ….. ; Tout nombre divisé par 1 donne ……

✓ $\frac{-}{-}$ = …… ; Tout nombre non nul divisé par …… donne ……

✓ Un pourcentage $\frac{-}{A}$ est une écriture fractionnaire dont le dé…… est …… c'est-à-dire k % =

I.3) FRACTIONS

I.3.A) Définition

Lorsque le numérateur a et le dénominateur b (b différent de zero) d'une écriture fractionnaire

A retenir :

Tout nombre entier peut s'écrire sous forme de fraction :

18695 = 5 = 11 =

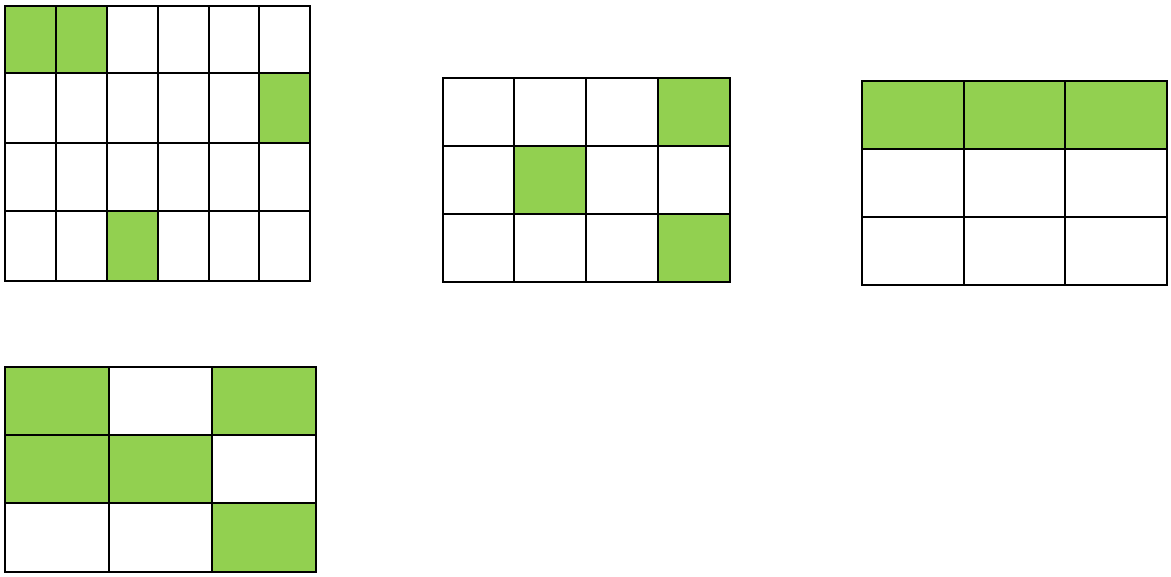
Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de fraction :

1,5 = 0,7 = 10 0,51 =

5,78 = 0,041 =

Exercice

Pour chaque figure, quelle proportion (fraction) de la surface totale représente l'aire coloriée ?



I.4) QUOTIENTS EGAUX - SIMPLIFICATION DES FRACTIONS.

On remarque facilement que 10 ÷ 5 et 20 ÷ 10 donnent le même quotient.

Donc : $\frac{10}{5} = \frac{20}{10} = \frac{10 \times 2}{5 \times 2}$

Généralisons :

I.4.A) Quotients égaux

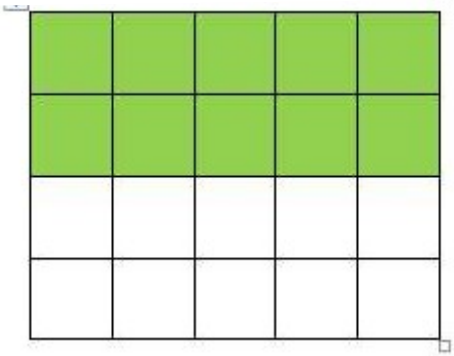
Soient $k \neq 0$ et $b \neq 0$, alors $\frac{n}{d}$, $\frac{n \times k}{d \times k}$ et $\frac{n \div k}{d \div k}$ sont 3 écritures fractionnaires du même quotient c'est-à-dire :

$$\frac{n}{d} = \frac{n \times k}{d \times k} = \frac{n \div k}{d \div k} \quad (k \neq 0 \; b \neq 0)$$

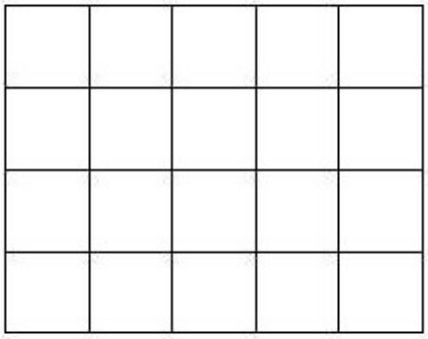
Autrement dit : Quand on multiplie ou divise numérateur et dénominateur par le **même nombre** ($\neq 0$), le quotient ne change pas !

Exercice : Mettre les fractions sur 20 puis colorier la partie correspondant à la fraction :

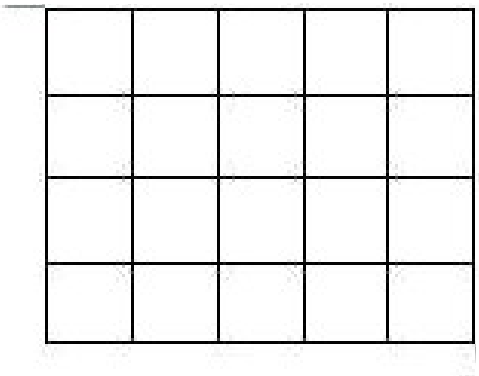
Ex : $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 10}{2 \times 10} = \frac{10}{20}$ donc 10 carreaux



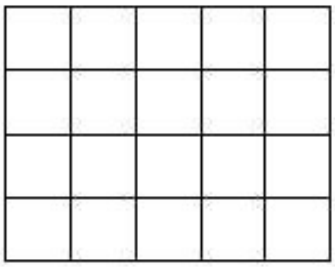
$\frac{1}{4} =$



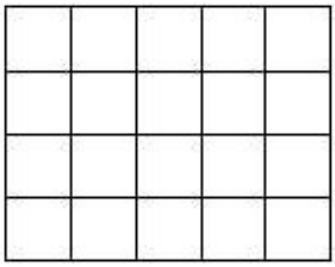
$\frac{1}{5} =$



$\frac{1}{10} =$



$\frac{3}{4} =$



I.4.B) Utilité : simplification des fractions et écritures fractionnaires.

L'égalité $\frac{n \times k}{d \times k} = \frac{n}{d}$ va permettre de simplifier les fractions en

« réduisant» le numérateur et le dénominateur de départ, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de facteurs communs entre eux (autres que 1).

Exemple : $\frac{78}{48} = \frac{39 \times \ldots\ldots}{24 \times \ldots\ldots} = \frac{39}{24} = \frac{3 \times \ldots\ldots}{3 \times \ldots\ldots} = \frac{13}{8}$

Dans $\frac{13}{8}$, il n'y a plus de facteurs …….. (autre que 1) entre le numérateur et le dénominateur.

On essayera toujours de simplifier seulement une fois (rarement deux).

$\frac{78}{48} = \frac{13 \times \ldots\ldots}{8 \times \ldots\ldots} = \frac{\quad}{\quad}$

I.4.C) Fractions irréductibles :

Un quotient a donc plusieurs écritures fractionnaires. Une est meilleure que toutes les autres :

La **meilleure écriture fractionnaire d'un quotient**, c-à-d la plus simple, s'appelle fraction irréductible [1].

Cette écriture vérifie les **2 conditions** : le numérateur et le dénominateur sont :

- **entiers**.
- **sans facteurs communs entre eux** [2]**(autres que 1).**

[1]Irréductiblequ'on ne peut plus réduire.

[2]Le numérateur et le dénominateur ne sont pas dans une table de multiplication commune. Ex : 13 et 2 ou bien 5 et 23.

Méthode : A partir d'une écriture fractionnaire, on obtient une fraction irréductible en faisant :

1. « disparaître les virgules » s'il y en a.
2. puis en simplifiant « au maximum ».

Exercice : Dire si les écritures fractionnaires sont des fractions irréductibles ou non. Sinon, les simplifier.

$$\frac{12}{15} \qquad \frac{4}{9} \qquad \frac{0,4}{0,9} \qquad \frac{20}{30} \qquad \frac{13}{17}$$

I.4.D) Critères de divisibilité ; application à la simplification

Essayer de simplifier :

$$\frac{126}{342} =$$

On a du mal, c'est normal. On ne sait pas à priori dans quelles tables de multiplication sont 126 et 342 ! C'est là qu'interviennent les critères de divisibilité :

1. **Un entier est divisible par 2 (dans la table de 2) lorsque son dernier chiffre est …….**

Donner un entier à 2 chiffres, qui est pair et dont la somme des chiffres est 5 : ……

Comment s'appellent les entiers non divisibles par 2 ? ……

1. Un entier est divisible par 3 (dans la table de 3) lorsque la somme des chiffres est divisible par 3.

Donner un entier négatif à 2 chiffres, divisible par 3 : ……

Donner un entier à 2 chiffres, divisible par 2 et par 3 : …… Est-il divisible par 6 (= 2 x 3) ? ……..

2. Un entier est divisible par 5 (dans la table de 5) lorsque son dernier chiffre est …… ou …….

Donner un entier à 2 chiffres divisible par 5 et dont la somme des chiffres est 13 : ……

Donner un entier à 2 chiffres, divisible par 2 et par 5 : …… Est il divisible par 10 (= 2 x 5) ? ……..

Donner un entier à 2 chiffres, divisible par 3 et par 5 : …… Est il divisible par …… ? ……

Donner un entier à 2 chiffres, divisible par 2 et 3 et 5 : …… Est il divisible par …… ? ……..

Sachant que 10 = …… x……, un nombre est divisible par 10 quand il est dans la table et la table 5. Donc son dernier chiffre doit être 0.

Exercice : Compléter chaque case du tableau par vrai ou faux :

Nombres	div. par 2	div. par 3	div. par 5	div. par 6	div. par 10	div. par 15	div. par 30
36							
75							
120							
90							
132							

I.5) PROPORTIONNALITÉ ET POURCENTAGE

I.5.A) À partir d'un tableau de nombres

DÉFINITION (TABLEAU DE PROPORTIONNALITÉ)
Un tableau de nombres est un tableau de proportionnalité lorsque les nombres de la deuxième ligne (ou de la deuxième colonne) s'obtiennent en multipliant ceux de la première ligne (ou de la première colonne) par un même nombre. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple: Le prix d'un certain volume d'essence est proportionnel à ce volume.

Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité.

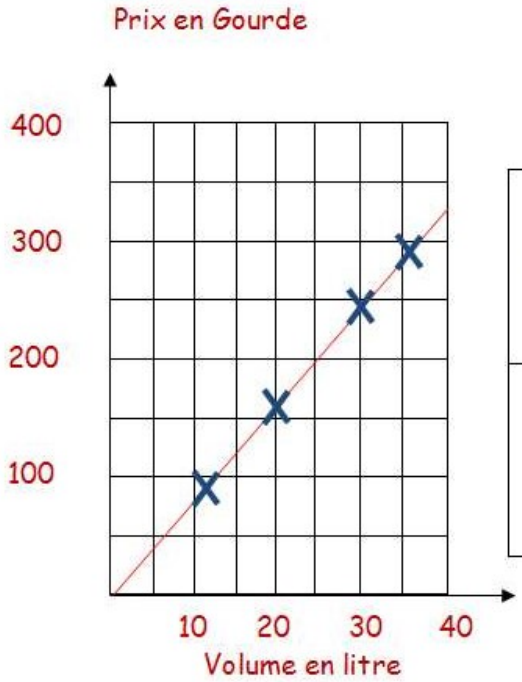
Volume d'essence (en litre)	**12**	**20**	**30**	**36**
Prix (en Gourde)	**99,84**	**166,4**	**249,6**	**299,52**

En effet, pour passer de la première ligne à la deuxième ligne du tableau on multiplie par 8,32. Le coefficient de proportionnalité du tableau est donc 8,32. L'essence coûte 8,32 gourdes par litre.

I.5.B) À partir d'un graphique

Soit le graphique numéroté suivant, obtenu en utilisant le tableau de nombre du paragraphe précédent :

On admettra que l'on est en présence d'une situation de proportionnalité lorsque sur un graphique, les points sont tous alignés et alignés et passent par l'origine.



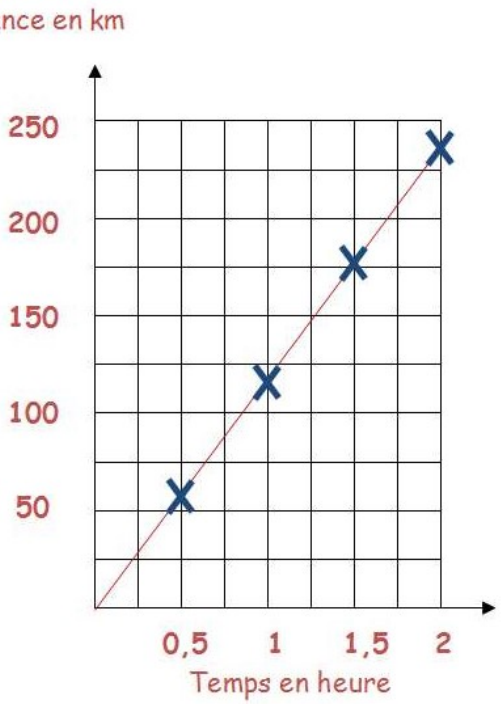
Volume d'essence (en litre)	12	20	30	36
Prix (en Gourde)	99,84	166,4	249,6	299,52

I.5.C) Un exemple de proportionnalité

DÉFINITION (MOUVEMENT UNIFORME)
Lorsque la distance parcourue par un mobile est proportionnelle au temps mis pour parcourir cette distance, on dit que le mobile a un mouvement uniforme.

Exemple : Voici en fonction du temps, le tableau des distances parcourues par un train qui roule avec un mouvement uniforme :

Temps (en h)	Distance (en km)
0	0
0,5	60
1	120
1,5	180
2	240



Remarques

⇒ sur le graphique : les points sont tous alignés et passent par l'origine ; on est bien en présence d'une situation de proportionnalité.

⇒ sur le tableau : on passe d'une colonne à l'autre en multipliant par un même nombre (120) ; on est bien en présence d'une situation de proportionnalité.

⇒ C'est la distance ***d*** parcourue qui est proportionnelle à la durée ***t*** du trajet.

Le coefficient de proportionnalité est la distance parcourue par le train en une heure de trajet. C'est la vitesse du train exprimée en kilomètre par heure (km/h) ; ici cette vitesse est de 120 km/h

.L'unité de mesure de la vitesse dans le système international est le **mètre par seconde**, on note : $m.s^{-1}$, ou m/s.

On utilise aussi souvent le **kilomètre par heure**, noté $km.h^{-1}$ ou km/h.

On a les deux égalités suivantes : $1\ m.s^{-1} = 3{,}6\ km.h^{-1}$ et $1\ km.h^{-1} = \frac{1}{3{,}6}\ m.s^{-1}$.

I.5.D) Echelle

DÉFINITION 17 (ÉCHELLE)

Lorsque les longueurs sur une reproduction sont proportionnelles aux longueurs réelles qu'elles représentent, l'échelle de la reproduction est le quotient :

$$e = \frac{\text{longueur sur la reproduction}}{\text{longueur réelle}}$$

ces deux longueurs étant exprimées dans la même unité.

Remarque:

L'échelle est le nombre par lequel on multiplie les distances réelles pour obtenir les distances du plan. Elle s'écrit généralement sous la forme d'un quotient (1 :20 000 par exemple pour dire que 1 cm sur la carte représente 20 000 cm dans la réalité, soit 200 m).

Remarque:

- Si e > 1 on est en présence d'un agrandissement ;
- Si e < 1 on est en présence d'une réduction.

I.5.E) Pourcentage

1) Rappel

RÈGLE (APPLIQUER UN POURCENTAGE)
Appliquer x % à un nombre n, c'est multiplier ce nombre par

Exemple: Un pantalon coûte 200 Gourdes et le commerçant applique une réduction de 6%. De combien est l'économie réalisée ?

Cette économie est de $\frac{200 \times 6}{100}$

2) Pourcentage et proportionnalité

RÈGLE
En appliquant un même taux de pourcentage aux nombres d'une liste, on obtient une deuxième liste de nombres proportionnels aux premiers.

Exemple : À l'occasion d'une vente promotionnelle, un commerçant accorde une réduction égale à 30 % du prix normal.

La réduction est proportionnelle au prix normal,

Prix normal (en Gourde)	800	1600	2000
Réduction (en Gourde)	240	480	600

et nous sommes en présence d'un tableau de proportionnalité. En effet, pour passer de la première ligne à la seconde, il suffit de multiplier par 0, 3.

3) Pourcentage et proportion

Exemple : Dans une classe, il y a 21 filles sur un total de 35 élèves. Quel est le pourcentage de filles dans cette classe ?

R : Cela revient à déterminer le nombre de filles qu'il y aurait si la classe était composée de 100 élèves.

Pour cela, on peut s'aider d'un tableau de proportionnalité :

Nombre d'élèves	35	100
Nombre de filles	21	……

Activité 1 : Représentations graphiques et tableaux

Les tableaux et graphiques suivants concernent des conversions de mesures de grandeurs :

Le mille marin M est une unité de mesure utilisée dans la marine. Le degré Fahrenheit (°F) est une unité de mesure de température et le pied (ft) est une unité de mesure de longueur, utilisées au Royaume-Uni. Les codages RVB et HSI sont des codages de couleur : R indique la valeur du Rouge, H la valeur de la teinte (Hue en anglais).

Tableau 1

Température en °F	14	32	41	59	95
Température en °C	-10	0	5	15	35

Tableau 2

Prix en Gde	5	10	15	20
Prix en USD	32,8	65,6	98,4	131,2

Tableau 3

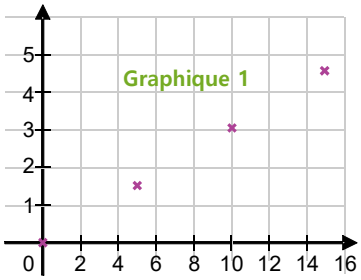
Distance en ft	0	5	10	15
Distance en m	0	1,524	3,048	4,572

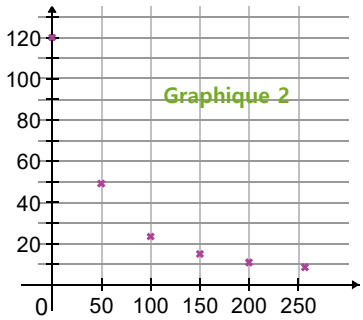
Tableau 4

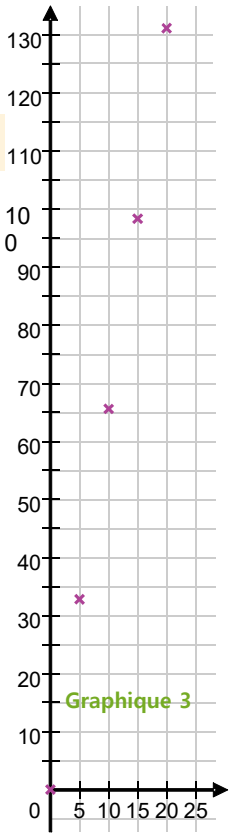
Distance en M	0	5	10	15
Distance en km	0	9,26	18,52	27,78

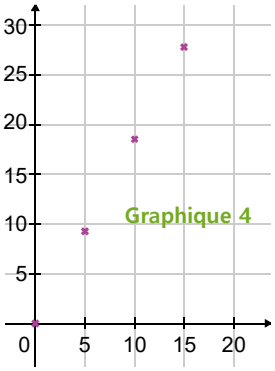
Tableau 5 * V = 40, B = 0

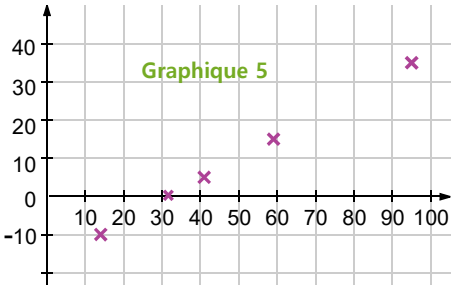
Valeur de R (codage RVB*)	0	50	100	150	200	255
Valeur de H (codage HSI)	120	49,1	23,4	14,9	10,9	8,4











1. Associer chaque graphique au tableau qui lui correspond.
2. Parmi les conversions proposées précédemment, quelles sont celles qui correspondent à des situations de proportionnalité ?
3. Qu'ont en commun les graphiques qui correspondent à des situations de proportionnalité ?
4. Recopier et compléter la phrase suivante : « Si une situation traduit une proportionnalité, alors elle est représentée graphiquement par... .».

Activité 2 : Représentation graphique et proportionnalité

1. Comment peut-on construire facilement la représentation graphique d'une situation de proportionnalité?
2. Fin novembre 2006, le cours de la gourde en dollar américain s'établit comme suit : 1 gde = 0,025 $ USD. En prenant en abscisse 1 cm pour 1 gde et en ordonnée 1 cm pour 1 $ USD, et en plaçant un point bien choisi, représenter graphiquement la conversion euro-dollar USD.
3. A l'aide du graphique, donner une valeur approchée en $ USD de 6 gdes puis de 7 gdes.
4. A l'aide du graphique, donner une valeur approchée en gdes de 3 $ USD puis de 15 $ USD.
5. Recopier puis complèter le tableau suivant avec les valeurs exactes ou arrondies au centième :

Gourde (gde)	6				7		100
Dollar USD ($ USD)		3	15			100	

6. Comparer avec ce que tu as trouvé au **2.** et au **3.**.

Activité 3 : Quatrième proportionnelle

Réduction à l'unité

1. 6 kg de pommes coûtent 76,80. Calcule le prix d'un kilogramme de pommes.
2. Combien coûtent 7 kg de ces mêmes pommes ?

2. Utilisation de la proportionnalité

a. Six cédéroms (CD-ROM) coûtent 150 gdes. Combien coûtent trois de ces mêmes cédéroms ?

1. Combien coûtent neuf de ces mêmes cédéroms ?

3. Produits en croix

$a \times d$ et $b \times c$ sont égaux. Calcule les produits en croix pour les tableaux suivants et dis si ce sont des tableaux de proportionnalité :

a.

Grandeur 1	a	c
Grandeur 2	b	d

Masse en kg	15	33,75
Prix en gde	4	9

Distance en m	3	4,5
Durée en min	12,2	18,4

Volume en L	4	5,2
Prix en gde	5,5	7,15

1. Complèter les tableaux de proportionnalité en utilisant l'égalité des produits en croix :

Masse en kg	11	...
Prix en gde	4	15,2

Distance en m	3	4,5
Durée en min	12,87	...

Volume en L	...	5,4
Prix en gde	23,4	17,55

2. Au choix !

Compléter les tableaux de proportionnalité suivants en faisant un choix :

Masse en kg	11	...
Prix en gde	4	12

Distance en m	3,9	4,5
Durée en min	23,01	...

Volume en L	...	6
Prix en gde	21	18

Calculs faisant intervenir des pourcentages

3. Les soldes

a. Début janvier, les soldes d'hiver commencent ! Une paire de chaussures à 800 gdes est soldée à 50 %. Je n'ai malheureusement pas assez d'argent pour me l'acheter ! Une semaine plus tard je retourne au magasin et je suis très content de voir qu'il est écrit : « Deuxième démarche, 20 % sur le prix soldé ! ». J'ai 260 gdes en poche.

Vais-je pouvoir m'acheter la paire de chaussures tant convoitée ?

1. J'ai acheté une paire de chaussures soldée que j'ai payée 400 gdes mais je n'ai pas regardé quel était le pourcentage de réduction accordé par le magasin. Je sais pourtant qu'initialement la paire de chaussures était affichée à 640 gdes.

Peut-on m'aider à retrouver ce pourcentage de réduction ?

4. Chômage

a. Au journal télévisé du 31 octobre 2006, le présentateur annonce : « Le nombre de demandeurs d'emploi a baissé de 10,1 % en un an et s'élève aujourd'hui à 2 188 104. ». Quel était le nombre de chômeurs au 31 octobre 2005 ?

1. Ce même jour, le présentateur annonce que le taux de chômage en France s'établit alors à 8,8 %. Quel est le nombre de personnes ayant un travail ?

Vitesse moyenne

L'unité de vitesse la plus couramment utilisée en France est le $km.h^{-1}$. Cette unité n'est pas la plus adaptée en diverses situations.

1. L'escargot sprinter

a. Un escargot très pressé se dirige vers une salade à la vitesse de 0,006 km.h^{-1}. Recopier et compléter :

$$\frac{0{,}006\ \text{km}}{1\ \text{h}} = \frac{?\ \text{m}}{1\ \text{h}} = \frac{?\ \text{m}}{?\ \text{min}} = \frac{?\ \text{cm}}{?\ \text{min}}$$

Quelle est sa vitesse en m.h^{-1} ? En m.min^{-1} ? En cm.min^{-1} ?

1. Utiliser l'unité de vitesse la plus adaptée pour répondre aux questions :

- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 9 m ?
- Combien de temps mettra l'escargot pour atteindre une salade située à 70 cm ?

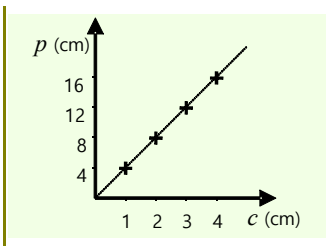
Activité 1 : Caractériser graphiquement la proportionnalité

À connaître

Si on représente, dans un repère, une situation de proportionnalité alors **on obtient des points alignés avec l'origine du repère**.

Exemple 1 : Le périmètre p d'un carré est proportionnel à son côté c puisqu'on a $p = 4c$. Représenter graphiquement le périmètre en fonction du côté.

1. On **choisit** des valeurs pour le côté c.
2. On **calcule** les valeurs correspondantes du périmètre p.
3. On **place** les points dans un repère comme ci-contre.



côté c(en cm)	1	2	3	4
périmètre p(en cm)	4	8	12	16

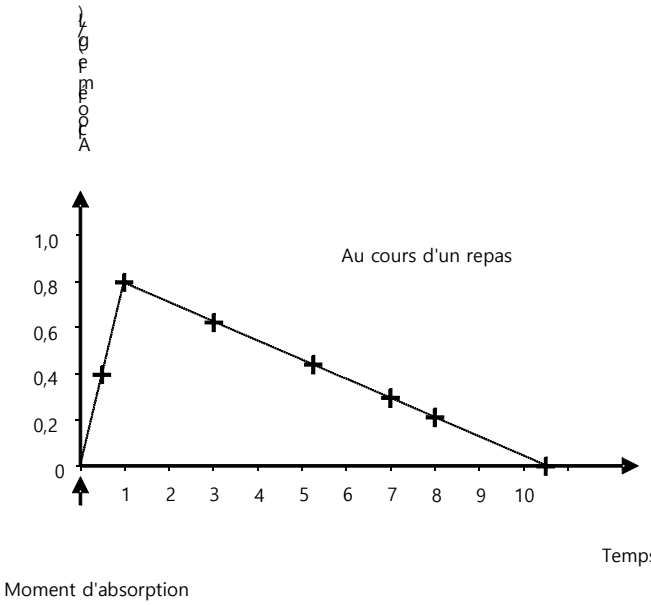
×

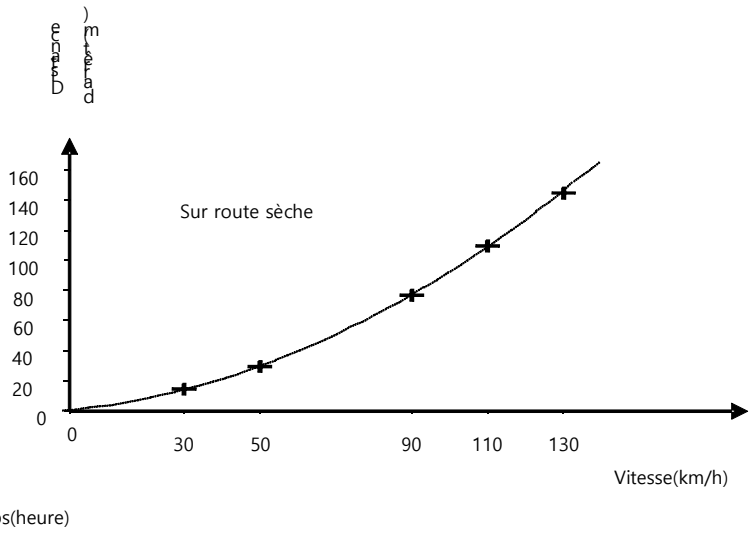
À connaître

Si une situation est représentée par des points alignés avec l'origine du repère alors **c'est une situation de proportionnalité**.

Phase de jeux

1 A la halle aux fruits, le kilogramme de clémentines est vendu 2,20 €. Représenter graphiquement le





Activité 1 : Déterminer une quatrième proportionnelle

À connaître

Dans une situation de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est le quatrième nombre (x) calculé à partir de trois autres nombres déjà connus (a, b et c).

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité.

Donc on a : $\frac{b}{a} = \frac{x}{c}$.

Et donc : $a \times x = b \times c$ (égalité des produits en croix).

a	c
b	x ?

a, b et c sont différents de zéro.

Exemple : Calculer le prix x de trois baguettes grâce au tableau de proportionnalité suivant:

Le prix du pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées. L'égalité des produits en croix donne : $5 \times x = 20 \times 3$.

Donc : $x = \frac{20 \times 3}{5} = \frac{60}{5} = 12$ gdes.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en Gde	20	x ?

Phase de jeux

1 Calculer x, y et z dans le tableau de proportionnalité ci-dessous :

Taille d'un fichier (en Mo)	x	2,75	740	z
Durée de téléchargement (en s)	208	44	y	10

Activité 1 Utiliser ou déterminer un pourcentage

Exemple : 25 filles et 20 garçons de deux classes de 4e ont effectué un devoir commun. 60 % des filles et 50 % des garçons ont obtenu la moyenne. Calculer le pourcentage d'élèves qui ont obtenu la moyenne dans l'ensemble de ces deux classes.

1. On calcule le nombre de filles qui ont obtenu la moyenne :

$\frac{60}{100} \times 25 \text{ filles} = \frac{60 \times 25}{100} \text{ filles} = 15 \text{ filles}.$

2. On calcule le nombre de garçons qui ont obtenu la moyenne :

$\frac{50}{100} \times 20 \text{ garçons} = \frac{50 \times 20}{100} \text{ garçons} = 10 \text{ garçons}.$

Phase de jeux

1 Pour faire un gâteau, je fais fondre une tablette de 100 g de chocolat dont la teneur en cacao est de 70 % avec une tablette de 200 g dont la teneur en cacao est de 85 %.

a. Calculer la masse de cacao contenue dans le mélange ainsi constitué.

b. Quel est le pourcentage de cacao dans ce mélange ?

Activité 2 : Utiliser les formules de la vitesse

À connaître

Si un mobile parcourt une **distance** d en un **temps** t alors **la vitesse moyenne v de ce mobile est le quotient de d par t** : $v = \frac{d}{t}$.

On a aussi, d'après l'égalité des produits en croix : $d = vt$.

Exemple 1 : Sur un parcours de 60 km, la vitesse moyenne d'un cycliste est de 30 km/h à l'aller et de 20 km/h au retour. Calcule sa vitesse moyenne V sur le trajet aller-retour.

$d = d_1 + d_2 = 60 \text{ km} + 60 \text{ km} = 120 \text{ km}.$ →	On calcule la distance d aller-retour.
$d_1 = v_1 t_1$ donc $t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{60 \text{ km}}{30 \text{ km/h}} = 2 \text{ h}$ →	On calcule la durée t_1 du trajet aller.
$d_2 = v_2 t_2$ donc $t_2 = \frac{d_2}{v_2} = \frac{60 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} = 3 \text{ h}$ →	On calcule la durée t_2 du trajet r
$t = t_1 + t_2 = 3 \text{ h} + 2 \text{ h} = 5 \text{ h}.$ →	On calcule la durée t de l'aller-retour.
$V = \frac{d}{t} =$ →	On calcule la vitesse moyenne V sur le trajet aller-retour.

Exemple 2 : Convertir 54 km/h en m/s et 2,5 $m.s^{-1}$ en $km.h^{-1}$.

54 km/h signifie que l'on parcourt...

54 km en 1 h

÷ 3600

54 000 m en 1 h

÷ 3600

15 m en **1 s**

Donc : 54 km/h = 15 m/s.

2,5 $m.s^{-1}$ signifie que l'on parcourt...

2,5 m en 1 s

× 3600

0,002 5 km en 1 s

× 3600

9 km en **1 h**

Donc : 2,5 $m.s^{-1}$ = 9 $km.h^{-1}$.

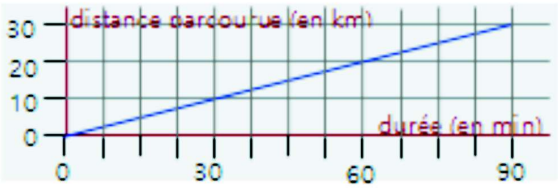
Donc: 54 km/h = 15 m/s.

Donc: 2,5 $m.s^{-1}$ = 9 $km.h^{-1}$.

Caractérisation graphique

1 *Promenade*

a. Ce graphique illustre-t-il une situation de proportionnalité ?



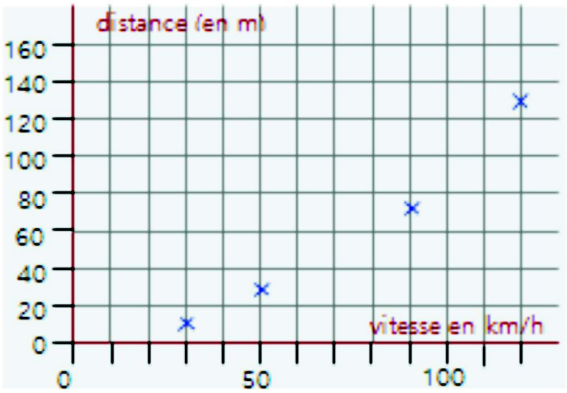
b. La promenade dure 3 h et s'effectue à la même vitesse. Compléter le tableau suivant :

Distance (en km)	40	
Durée (en min)	45	165

2 *Distance d'arrêt*

La distance d'arrêt d'une voiture est-elle proportionnelle à sa vitesse?

Justifier la réponse à l'aide du graphique suivant qui représente la distance d'arrêt d'une voiture en fonction de sa vitesse :



3 *Rémi*

Ce tableau indique la taille de Rémi en fonction de son âge.

Age (en années)	2	5	10	12
Taille (en cm)	80	100	125	150

a. Est-ce une situation de proportionnalité ?

b. Représenter graphiquement l'évolution de la taille de Rémi en fonction de son âge. Peut-on répondre à la question a. sans faire de calculs ? Justifier.

Quatrième proportionnelle

4 *Impact*

Un automobiliste n'échappe pas aux lois de la physique. Ainsi la force d'impact d'un véhicule lancé à 120 km/h est 16 fois plus grande que

La force d'impact d'un véhicule est-elle proportionnelle à sa vitesse?

5 *Fusibles*

Une installation électrique correctement conçue est protégée par des fusibles dont la valeur limite est donnée en ampères (A). La valeur limite d'un fusible est proportionnelle à la puissance maximale en watts (W) supportée par l'installation.
Ainsi un fusible de 16 A peut supporter une puissance maximale de 3 500 W.

a. Quelle puissance maximale peut supporter un fusible de 30 A ?

b. Quelle doit être la valeur limite d'un fusible pour une puissance maximale de 5 250 W ?

6 *Au marché*

Lucie achète 1,2 kg de carottes et paye 10 gdes.

a. Combien coûtent 2 kg de carottes ?

b. Quelle masse de carottes peut-elle acheter avec 17 gdes ?

7 *Fuite*

Une chasse d'eau qui fuit dans la maison de Gérard laisse échapper 15 L d'eau en 3 h.

a. Quelle quantité d'eau est perdue en une semaine ?

b. 1 m³ d'eau coûte 160 gdes. Que coûtera cette fuite à Gérard au bout d'un an s'il ne la répare pas ?

8 *Bien manger*

Un patient obèse typique verra son poids augmenter de quelques 20 kg en 10 ans. Ceci signifie un excès d'apport quotidien de 30 à 40 kilocalories au début du processus d'obésité [...]. Un excès quotidien de cette

Entre quelles valeurs se situe l'apport calorique quotidien de deux sandwiches ?

9 *Tabagisme*

Les jeunes de 12 à 25 ans qui fument régulièrement consomment en moyenne 10 cigarettes par jour.

Fumer peut entraîner une mort lente et douloureuse

a. En supposant qu'un fumeur commence à l'âge de 14 ans à ce rythme et continue jusqu'à 25 ans, combien de cigarettes aura-t-il fumées ?

b. Le prix moyen d'une cigarette est 0,25 € en 2006. Quelle est la somme consacrée par ce fumeur à l'achat de ses cigarettes en 2006 ?

10 *Pâte à crêpes*

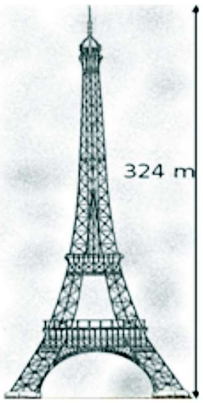
Les ingrédients pour 8 personnes : 500 g de farine, 6 œufs, un litre de lait et 50 g de sucre.

a. Quelle est la liste des ingrédients pour douze personnes ?

b. Marie dispose de 700 g de farine, de 9 œufs, de 2 litres de lait et de 100 g de sucre. Pour combien de personnes au maximum peut-elle préparer de la pâte à crêpes ?

11 *Tour Eiffel*

Claude a acheté une maquette de la Tour Eiffel à l'échelle 1/600. Il veut vérifier que cette maquette a bien les mêmes proportions que l'originale. Il décide donc de mesurer la hauteur totale de sa maquette.



Quel est le raisonnement de Claude ?

Pourcentages

12 Prix

a. Julien obtient une réduction de 15 % sur un vélo valant 1600 gdes.
Quel est le montant de la réduction obtenue par Julien ?

b. Patrick a obtenu une réduction de 1350 gdes sur une console de jeu qui valait 11250 gdes.
Quel pourcentage de réduction a-t-il obtenu ?

c. Saïd a obtenu une baisse de 2250 gdes sur un appareil photo, soit une baisse de 30 % du prix initial.
Quel était le prix initial de l'appareil photo ?

13 Placement

Luc a placé un capital de 7500 gdes à sa banque le 1er janvier 2007 à un taux d'intérêts annuel de 6 %. Cela signifie que chaque année la banque rajoute au capital 6 % de ce capital.

a. Quel sera le capital de Luc le 01/01/2008 ?

b. Quel sera le capital de Luc le 01/01/2009 ?

c. Quel pourcentage de son capital de départ Luc aura-t-il gagné en deux ans ?

14 Biodiversité

Le Brésil est considéré comme représentant les 20 % de la biodiversité mondiale, avec 50 000 espèces de plantes, 5 000 vertébrés, 10 à 15 millions d'insectes et des millions de micro-organismes.

Calculer le nombre estimé d'espèces de plantes, de vertébrés et d'insectes sur Terre.

Vitesse

15 Records

a. Le record du monde du 100 m est détenu au 15/06/2006 par Asafa Powell en 9,77 s. Quelle a été sa vitesse en m/s lors de sa course ?

b. Le record du monde du 10 000 m est détenu au 26/08/2005 par Kenenisa Bekele en 26 min 17,53 s. Quelle a été sa vitesse en m/s puis en km/h lors de sa course ?

16 En route vers les vacances

Cynthia est partie de chez elle à 8 h 30 et est arrivée à son lieu de vacances à 16 h 50 après avoir parcouru 625 km en voiture. Quelle a été la vitesse moyenne du trajet ?

17 Le lièvre et la tortue

Jeannot Lapin et Louise Tortue décident de faire une course sur une distance de 500 m. Jeannot, sûr de lui, laisse partir Louise et décide de ne s'élancer à 50 km/h que quand Louise partie à 2 km/h sera à 20 m de la ligne d'arrivée. Que va-t-il se passer ?

18 L'éruption du Mont Saint Helens 1980

Une nuée ardente composée de gaz surchauffés, de cendre, de pierre ponce et de roche pulvérisée s'échappe latéralement à une vitesse initiale de 350 km/h et accélère

Quelle distance (en km) la nuée ardente a-t-elle parcourue en 30 s à sa vitesse maximale ?

19 Vitesse de la lumière

Des réflecteurs posés sur le sol lunaire en 1969 servent à mesurer le temps mis par la lumière pour faire un aller-retour de la Terre à la Lune. Des mesures récentes montrent que la lumière met en moyenne 2,564 s pour faire ce trajet alors que la distance Terre-Lune est d'environ 384 402 km. Calcule une valeur approchée de la vitesse de la lumière.

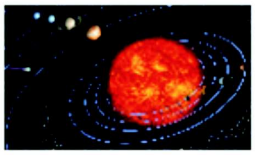
20 Un camion a effectué un trajet illustré par le graphique ci-dessous :

a. Quelle est la durée totale de son trajet? Quelle distance totale a-t-il parcourue?

b. Calcule sa vitesse moyenne sur tout le trajet.

21 Terre

La vitesse orbitale de la Terre autour du Soleil est environ 29.783 km/s.



Quelle distance parcourt la Terre autour du Soleil e un an (environ 365,256 96 jours) ?

22 Fractions et pourcentages

Quel pourcentage représentent les $\frac{9}{50}$ § des $\frac{2}{3}$ § d'une quantité donnée ?

23 Et de trois

a. J'ai acheté 12 m de ruban pour 260 gdes Combien coûtent 7 m de ruban ?

b. J'ai utilisé 50 kg de semences pour un terrain de 1 600 m².
Quelle surface aurais-je pu ensemencer avec 90 kg de semences ?

c. En roulant à une vitesse moyenne de 72 km/h, quelle est la distance parcourue en 25 min ?

24 *Unités américaines*

Aux Etats-Unis, les températures se mesurent en degrés Fahrenheit (°F) et les distances routières en miles (mi).

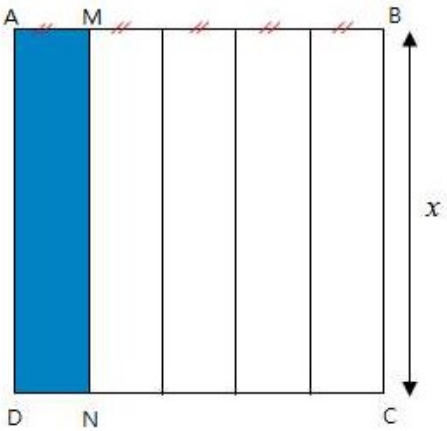
a. 77°F équivaut à 25°C et 86°F équivaut à 30°C.
Les mesures des températures dans ces deux unités sont-elles proportionnelles ?

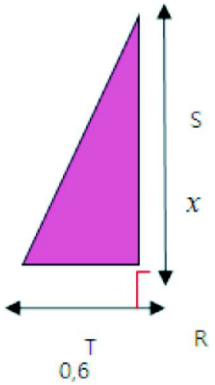
b. 250 mi représentent une distance de 402,336 km.
1250 mi représentent une distance de 2 011,68 km.
Les mesures des distances dans ces deux unités sont-elles proportionnelles ?

25 Situations de proportionnalité ?

a. Sachant que ABCD est un carré, complète ce tableau permettant de calculer l'aire du rectangle AMND et l'aire du triangle SRT rectangle en R. Écris sur ton cahier les calculs nécessaires.

Dimension x	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
Aire de AMND (en cm²)	0,2	0,8			
Aire de SRT (en cm²)	0,3	0,6			





b. En justifiant la réponse, indiquer si ces situations correspondent ou non à des situations de proportionnalité.

c. Représenter graphiquement l'aire de AMND en fonction de x (en abscisse : 1 cm représente une valeur de 1 cm pour x, en ordonnée : 1 cm représente une aire de 1 cm²).

d. Représenter graphiquement l'aire de RST en fonction de x (en abscisse : 1 cm représente une valeur de 1 cm pour x, en ordonnée : 1 cm représente une aire de 1 cm²).

26 *Mercure*

Le mercure est un métal liquide à température ambiante. Un centimètre-cube de mercure pèse 13,6 g.

Combien pèsent 24 m³ de mercure ? Donne ton résultat dans une unité adaptée.

Peut-on faire tenir 10 kg de mercure, dans une bouteille vide de contenance 1 L ?

Activité 2 *Densité de population*

La densité de population mesure le nombre moyen d'habitants par km². En France métropolitaine, en 2006, elle est de 109 habitants au km², pour une

superficie de 547 030 km².

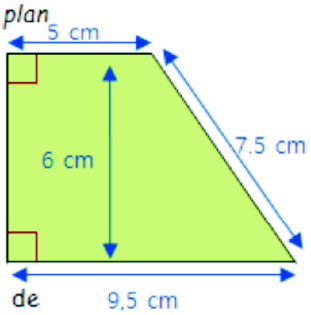
1. Quel est le nombre d'habitants en France métropolitaine en 2006 ?

2. La densité de population, en 2006, à Monaco est 16 239 habitants au km². Quel serait le nombre d'habitants en France métropolitaine avec la même densité de population que Monaco ?

3. La superficie de Monaco est 1,95 km². Quel serait le nombre d'habitants à Monaco si ce pays avait la même densité de population que la France métropolitaine ?

Activité 3 *Sur un plan*

Cette figure représente un terrain à l'échelle 1/1 000.



1. Quelle est l'aire réelle de ce terrain ?

2. On souhaite clôturer ce terrain avec un grillage. Quelle longueur de grillage faut-il prévoir ?

3. Réaliser un dessin de ce terrain à l'échelle 1/1 250.

Activité 4 Géométrie

1. *On augmente de 20 % la longueur d'un carré de côté 8 cm. De quel pourcentage augmente alors son aire ?*

2. *On augmente de 15 % la longueur et de 30 % la largeur d'un rectangle de dimensions 30 cm sur 20 cm. De quel pourcentage augmente alors son aire ?*

3. *On augmente de 20 % la longueur et on diminue de 20 % la largeur d'un rectangle de dimensions 30 cm sur 20 cm. Quelle est, en pourcentage, la variation de son aire ?*

Activité 5 *Sur autoroute*

François part de Pétion - Ville en direction du Portail de Léogane par autoroute à 10 h en roulant à une vitesse constante de 102 km/h. Nathalie prend le même parcours 25 minutes plus tard en roulant à une vitesse constante de 126 km/h.

. À quelle distance de Valenciennes se trouvent François et Nathalie à 11 h ?

. À quelle heure et à quelle distance de Pétion- Ville Nathalie va-t-elle rattraper François ?

1 *Biométrie*

Vous allez travailler sur deux relations biométriques. Les variables étudiées sont des longueurs du corps humain qui seront mesurées à l'aide des schémas fournis ci-contre.

Les mesures seront effectuées sur chaque élève du groupe.

1re partie : Etude d'une relation biométrique

On considère **la longueur A** de votre épaule au bout de votre majeur et **la longueur B** de votre épaule à la pointe de votre coude.

Une étude statistique a montré que la longueur A est approximativement égale à la longueur B multipliée par 1,65.

a. Calculez et reportez dans un tableau les valeurs de la variable A, pour B variant de 25 à 40 cm avec un pas de 1 cm. Que pouvez-vous dire de ce tableau?

b. Mesurez sur votre corps la longueur B en centimètres puis estimez chaque longueur A associée à l'aide du tableau de proportionnalité. Comparez-la alors à la longueur A mesurée sur votre corps.

2e partie : Recherche d'une relation biométrique

On considère maintenant **la longueur C** de votre

hanche au sol et **la longueur D** de la partie supérieure de votre genou au sol.

c. Mesurez sur votre corps les longueurs C et D puis calculez le rapport $\frac{C}{D}$.

d. Calculez le rapport $\frac{C}{D}$ moyen du groupe puis comparez-le à la moyenne nationale qui vaut 1,86.

e. Représentez graphiquement l'égalité $C = 1{,}86 \times D$ en plaçant la variable D en abscisse et la variable C en ordonnée.

f. Placez sur ce même graphique le point correspondant aux mesures des variables C et D de chacun d'entre vous. Interprétez sa position par rapport à la courbe tracée en **e.** en écrivant une phrase du type : *« Proportionnellement à la taille de ma jambe, mon tibia est plus/moins long que la moyenne de la population. »*.

2 Population mondiale

1re partie : Indice d'évolution

Le tableau ci-dessous indique l'évolution du nombre d'humains (en millions d'habitants) par continent et en fonction des années.

Régions/Dates	500	1000	1500	1800	1900	2000
Asie	120	155	243	646	902	3631
Europe	41	43	84	195	422	782
Afrique	32	40	86	101	118	800
Amérique	15	18	42	24	165	819
Océanie	1	1	3	2	6	30
Total mondial	209	257	458	968	1613	6062

a. Quel est le continent où la population a « le plus augmenté » entre 1800 et 2000 ? Justifiez. Comparez aux réponses des autres groupes.

b. Pour interpréter et comparer plus facilement l'évolution de la population par rapport à une année de référence, on va utiliser ce que les statisticiens appellent des indices.

	1800	1900	2000
Population mondiale	968	1613	6062
Indice	100	x	y

a. Si on considère qu'il y a 100 habitants en 1800, combien y en a-t-il en 1900 ? Ce nombre d'habitants est l'**indice** de la population mondiale en 1900, sur la base 100 en 1800.

b. Calculez l'indice de la population mondiale en 2000 sur la base 100 en 1800.

c. Choisissez un continent différent des autres groupes et complétez la phrase suivante : « La population de ce continent a augmenté de ... % entre 1800 et 1900 et de ... % entre 1800 et 2000. ».

d. Mettez en commun les résultats pour chaque continent puis répondez une nouvelle fois à la question **a.** A l'aide du cours d'histoire-géographie, commentez les résultats observés.

2e partie : Pronostics

2. Construisez et complétez un tableau similaire à celui de la question **b.** en prenant 1900 comme année de référence sur la base 100. Déduisez-en le pourcentage d'augmentation de la population mondiale entre 1900 et 2000.

3. En supposant que la progression de la population mondiale sera la même pour les siècles à venir que celle du siècle passé, pronostiquez le nombre d'humains sur Terre en l'an 2100 puis en l'an 2200 et enfin en l'an 3000.

4. *A l'aide d'un tableur, pronostiquez avec les mêmes hypothèses la population en l'an 5000.*

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Il y a proportionnalité entre...	la taille et l'âge d'un homme ou d'une femme	la circonférence d'un cercle et son rayon	l'aire d'un disque et son rayon	un prix en dollars et ce même prix en euros
2	32 8 x 3 est un tableau de proportionnalité. On a alors...	32 = 8 + 24 donc x = 3 + 24	32 = 8 × 4 donc x = 3 × 4	$x = \frac{32 \times 8}{3}$	$x = \frac{3}{8} \times 32$
3	v est la vitesse moyenne, d la distance parcourue et t le temps de parcours donc...	$v = \frac{t}{d}$	$d = v \times t$	$t = d \times v$	$t = \frac{d}{v}$
4	Un escargot parcourt 2,4 m à la vitesse moyenne de 1 m.h^{-1} en...	2,4 h	2 h 40 min	2 h 24 min	2 h 4 min
5	Un automobiliste parcourt 230 km en 2 h 30 min. Sa vitesse moyenne est...	100 km.h^{-1}	92 km.h^{-1}	environ 25,6 m.s^{-1}	25,555 m.s^{-1}
6	Un cycliste roule 21 min à la vitesse moyenne de 20 km.h^{-1}. Pour calculer la distance parcourue en km, on effectue...	21 × 20	0,21 × 20	$\frac{21}{60} \times 20$	20 ÷ 0,35
7	Augmenter un prix de 100 % revient à...	le multiplier par 2	lui ajouter 100	lui ajouter ce prix lui-même	le multiplier par 100
8	Lors d'une assemblée générale, 847 personnes ont adopté les comptes. Cela représente 77 % du nombre total N de votants.	N est égal à 77 % de 847	$\frac{77}{100}$ N = 847	$\frac{N}{77} = \frac{847}{100}$	$\frac{847}{N} = \frac{77}{100}$
9	Dans un magasin, le prix d'un article augmente de 20 % puis quelques temps plus tard baisse de 20 %. Finalement...	son prix n'a pas changé	son prix a augmenté de 4 %	son prix a baissé de 4 %	on ne peut rien dire : cela dépend du prix initial

Récréation mathématique

À vélo

Un cycliste sait qu'il va deux fois plus vite en descente que sur du plat mais par contre qu'il va deux fois moins vite en montée que sur du plat.

Pour aller au même endroit, il a le choix entre deux trajets de même longueur : l'un tout plat, l'autre, moitié en montée, moitié en descente.

A-t-il raison de penser qu'il mettra le même temps sur les deux trajets ?

Rendez-vous

Abdel et Justine ont rendez-vous à égale distance de leurs domiciles respectifs. Abdel part à 15 heures de chez lui et roule à la vitesse moyenne de 70 km.h^{-1}. Justine part 12 minutes plus tard pouvant rouler à la vitesse moyenne de 90 km.h^{-1}.

Ils arrivent en même temps ! À quelle heure ?

CHAPITRE II

INTRODUCTION À L'ENSEMBLE ℝ DES NOMBRES RÉELS

CHAPITRE II – INTRODUCTION À L'ENSEMBLE ℝ DES NOMBRES RÉELS

II.1) ENSEMBLE DE NOMBRES

Il existe différentes sortes de nombres. Pour les classer, on les a regroupés dans différents ensembles remarquables que nous allons présenter.

II.1.A) L'ensemble des entiers naturels.

ℕ désigne l'ensemble des entiers naturels. Cet ensemble est formé de tous les entiers positifs et 0. Par exemple, 0, 1, 2 et 5676 sont des entiers naturels. Par contre -45 n'en est pas un. On dit que ces entiers sont naturels car ce sont ceux que l'on utilise naturellement dans la vie de tous les jours.

Il existe une infinité d'entiers naturels.

N.B : ℕ privé de 0 devient $\mathbb{N}^*$.

II.1.B) L'ensemble des entiers relatifs.

ℤ désigne l'ensemble des entiers relatifs. On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Le symbole "" signifie "est inclus dans".

N.B : $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{Z}^+$, $\mathbb{Z}^-$ sont trois sous-ensembles de ℤ.

II.1.C) L'ensemble des décimaux.

D désigne l'ensemble des nombres décimaux. Ces derniers peuvent tous s'écrire comme produit d'un entier par une puissance de 10.

Par exemple, -3,89 et 5,2 sont des décimaux. Ils peuvent être négatifs ou positifs.

Les entiers relatifs sont aussi des décimaux. En effet :

2 = 2,0 , 0 = 0,0 et -4 = -4,000

C'est un simple jeu d'écriture !
Les entiers relatifs étant des nombres décimaux, on dit alors que l'ensemble $\mathbb{Z}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{D}$. Ce qui se note :

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$$

De même, vu que les entiers naturels sont des entiers relatifs, on peut aussi dire que ce sont des décimaux. Ce qui se résume par :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$$

Question : Les nombres à virgule sont-ils tous des décimaux ? Peut-on justifier la réponse ?

II.1.D) L'ensemble des rationnels.

$\mathbb{Q}$ désigne l'ensemble des nombres rationnels

Les nombres rationnels sont les fractions de la forme p/q où p et q sont des entiers (avec $q \neq 0$) Cet ensemble des rationnels est noté $\mathbb{Q}$ comme quotient.

Par exemple, 2/3 ; 6 ; -1/7 et 3/4 sont des rationnels. Tous les nombres décimaux sont des nombres rationnels qui se cachent. Prenons par exemple 1,59. C'est en fait le quotient des entiers 159 et 100 car 159 / 100 = 1,59. De même, tous les entiers sont des rationnels. Prenons l'exemple de -4. On peut dire que -4 est le quotient de -4 et de 1 car -4 / 1 = -4. L'ensemble des décimaux (et par conséquent celui des entiers naturels et celui des entiers relatifs) est donc inclus dans $\mathbb{Q}$.

On résume cela par :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

II.1.E) L'ensemble des irrationnels.

Activité : À l'aide d'une règle et d'un compas, construire un carré de côté 1 cm.

a) Quelle est la mesure de chacune des diagonales de ce carré ?

b) Le nombre obtenu est-il rationnel ? Justifier la réponse.

Les nombres qui ne sont pas des rationnels sont dit irrationnels. Ce sont des nombres à virgules qui ont une suite décimale illimitée et non périodique.

Question : Combien parmi les nombre 0 ; $\sqrt{4}; \sqrt{5}; \frac{1}{3}; \frac{3}{4}$ et π ne sont pas des rationnels ? Lesquels ?

II.1.E) L'ensemble des réels.

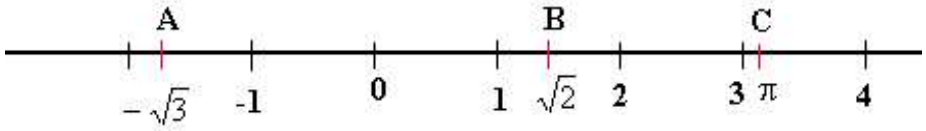
R désigne l'ensemble des nombres réels. On a $Q \cup I$ = R. Divers problèmes géométriques ont amené à considérer de nouveaux nombres comme par exemple $\sqrt{2}$; π etc.

1. Le premier est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de coté 1.
2. Le second est le périmètre d'un cercle de diamètre 1.

On a démontré que ces deux nombres n'étaient pas des nombres rationnels. Par conséquent, on créa un super-ensemble contenant tous les "nombres mesurables" ainsi que leurs opposés. On l'a appelé l'ensemble des **nombres réels.**

On représente cet ensemble R par une droite graduée. Une telle droite est appelée droite numérique.

Tout point de cette droite a pour abscisse un nombre réel. Tout nombre réel est l'abscisse d'un point de cette droite. Ce qui donne par exemple :



Tous les rationnels (et donc les entiers et les décimaux) sont des réels. L'ensemble des rationnels $\mathbb{Q}$ est donc inclus dans l'ensemble $\mathbb{R}$. On résume cela par :

$$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Tous les ensembles que nous avons vus, sont inclus les uns dans les autres. Un peu comme des poupées russes. On peut résumer tout cela par :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

II.2) INTERVALLES RÉELS

Les intervalles réels sont des sous-ensembles (ou des parties) de l'ensemble des réels $\mathbb{R}$. Leur grande particularité est qu'ils sont "continus", c'est-à-dire que le chemin entre deux éléments d'un intervalle reste dans cet intervalle. Leur représentation sur la droite numérique est un segment ou une droite dont les extrémités peuvent être exclues. C'est d'ailleurs ce qui fait qu'un intervalle est ouvert ou fermé.

II.2.A) Les différents types d'intervalles.

Dans le tableau suivant, a et b sont deux réels tels que a = b. **Notation**	**Représentation sur la droite réelle**	**Ensemble des réels x tels que**	**Appellation**

Dans le tableau suivant, a et b sont deux réels tels que a ≤ b. **Notation**	**Représentation sur la droite réelle**	**Ensemble des réels x tels que**	**Appellation**
[a ; b]	a b	a ≤x ≤b	Intervalle fermé borné
[a ; b[	a b	a ≤x < b	Intervalle borné semi-fermé en a et semi-ouvert en b (ou semi-fermé à gauche et semi-ouvert à droite)
]a ; b]	a b	a < x ≤b	Intervalle borné semi-ouvert en a et semi-fermé en b (ou semi-ouvert à gauche et semi-fermé à droite)
]a ; b[	a b	a < x < b	Intervalle ouvert borné.
]-∞ ; b]	b	x ≤b	Intervalle non borné fermé en b (ou fermé à droite)
]-∞ ; b[	b	x < b	Intervalle non borné ouvert en b (ou ouvert à droite)
[a ; +∞ [	a	a ≤x	Intervalle non borné fermé en a (ou fermé à gauche)
]a ; +∞ [	a	a < x	Intervalle non borné ouvert en a (ou ouvert à gauche)

Quelques remarques sur ce tableau :

- La notation {x tels que a < x < b} désigne l'ensemble des réels x tels que a < x < b (sous-entendu qui sont strictement plus grand que a et strictement inférieur à b).
- Le fait de dire qu'un intervalle est par exemple ouvert en b signifie que le réel b ne

fait pas partie de celui-ci. Par contre, s'il y avait été fermé alors il en aurait fait partie.

- Les deux réels qui délimitent un intervalle sont appelés bornes de l'intervalle.
- La notation +

$]\,2\,;\,5]$ ouvert $]\,1\,;\,7\,[$ ouvert

La borne 2 ne fait pas partie de l'intervalle]2 ; 5].

La borne 7 ne fait pas partie de l'intervalle]1 ; 7 [.

⇒ Aux infinis (en $-\infty$ et $+\infty$), le crochet est toujours ouvert

Ex : $]-\infty, +\infty[$

Þ Un crochet fermé est un crochet qui s'ouvre sur sa borne. Il indique qu'elle fait partie de l'intervalle. Un crochet qui n'est pas ouvert est nécessairement fermé.

Dans la notation d'intervalle comme dans la représentation sur la droite réelle, un crochet ouvrant indique que la borne ne fait pas partie de l'intervalle alors qu'un crochet fermant l'y inclut.

Exercices d'application immédiate

1.- Représenter sur une droite graduée les intervalles suivants :

$]-3\,;\,1[$ $[-2{,}5\,;\,4]$ $]5\,;\,+\infty[$ $]-\infty\,;\,-2]$

$[-4\,;\,-1[$

2.- Ecrire sous forme d'intervalle chacun des ensembles de nombres définis ci-dessous :

$x \in]0\,;\,+\infty[$ $x \in]-4\,;\,5[$ $x \in]-3{,}5\,;\,+\infty[$

$x \in [-10\,;\,10]$

4.- Donner quatre nombres de chacun des intervalles suivants et calculer l'amplitude de chacun des intervalles suivants :

$]-1\,;\,2[$ $[4{,}28\,;\,4{,}3]$ $]-5{,}1\,;\,-5[$

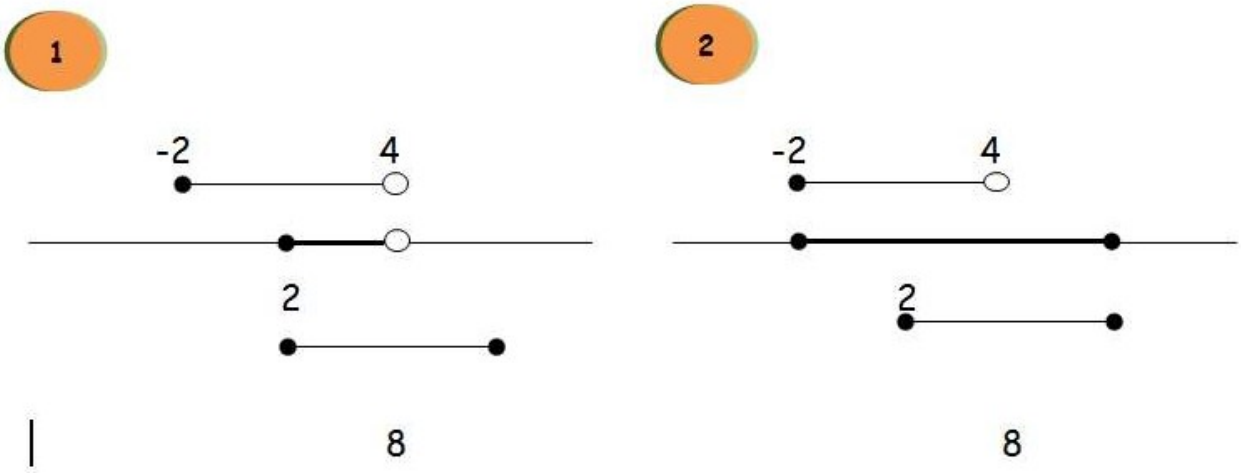
$]-0{,}5\,;\,0{,}5[$

Activité

(D) est une droite munie du repère (O, I)

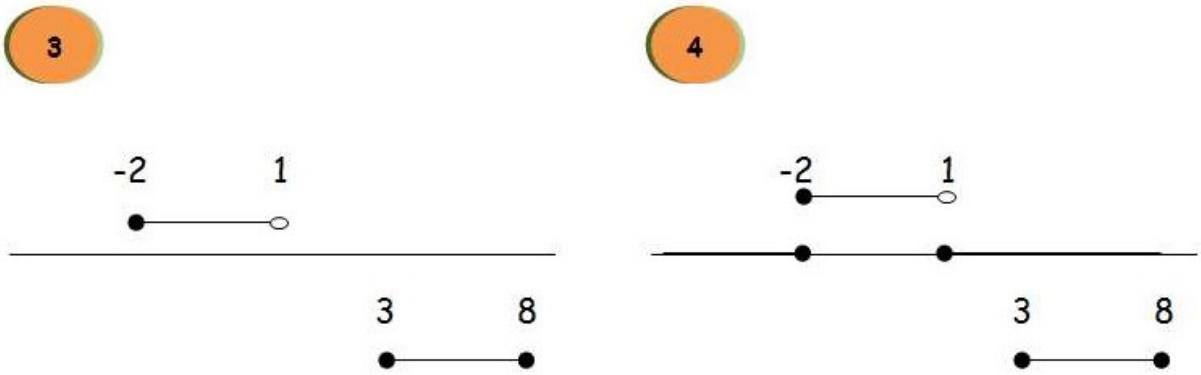
- Tracer en rouge l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus petit que – 2 .
- Tracer en bleu l'ensemble des points dont l'abscisse est un nombre plus grand que 3,5
- Tracer en vert l'ensemble des points non encore coloriés.

Donner l'abscisse de quatre points de l'ensemble tracé en vert.
Parmi les encadrements suivants, trouver celui qui caractérise l'ensemble tracé en vert.



⇒ Ecrire les intervalles et les traduire à l'aide d'inégalités.

⇒ Calculer leur intersection et leur réunion



- Ecrire les intervalles et les traduire à l'aide d'inégalités
- Ces intervalles ont-ils des éléments communs ?
- La réunion de ces deux intervalles est-elle un intervalle ?

? Bon à savoir

La réunion d'intervalles n'est pas toujours un intervalle

Exercices d'application immédiate

Représenter sur une droite graduée et écrire plus simplement :

1.- $]-\infty ; 11[\cup]-8 ; +\infty[$

2.- $]-8 ; 1]\cup]1 ; 5[$

3.- $[5 ; 12[\cup[8 ; 12]$

4.- $[-3 ; +\infty[\cap]-5 ; 2]$

5.- $[1 ; 2]\cap[1 ; 1{,}5[$

6.- $]-1 ; 3]\cap[0 ; 7]$

CHAPITRE III

RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE

CHAPITRE III – RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE

Pour un bon départ

1) Dans la boite placée à côté de chaque nombre, écrire son carré :

1 ☐ 3 ☐ -3 ☐ 1,2 ☐ (-1,2) ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\left(-\frac{1}{3}\right)$ ☐

2) Pour chacun des nombres suivants, écrire dans la boite placée à coté le nombre *x* dont il est le carré, dans le cas où l'on ne peut pas trouver *x* expliquer :

9 ☐ 16 ☐ (-16) ☐ 1 ☐ 0 ☐ $\frac{36}{16}$ ☐ 1,44 ☐ 0,04 ☐

3) Remplacer les pointillés par le nombre convenable ou par « n'existe pas » :

$\sqrt{-9}$ =..... $\sqrt{-4}$ =..... $\sqrt{(64)\times(9)}$=..... $\sqrt{(4)\times(-9)}$=..... $\sqrt{(-4)(-9)}$ =.....

4) a)Utiliser la touche $\sqrt{\ }$ de votre calculatrice pour déterminer par troncature au dixième, au centième, puis au millième du nombre *x* dont la carré est **19**.

b) Peut-on écrire le nombre *x* sous forme de quotient ?

c) Arrondir *x* au dixième.

d) Ce nombre *x* est-il une valeur exacte ou approchée de la valeur du nombre cherché ?

e) Exprimer avec le nombre 19 et la touche utilisée sur la calculatrice, *x* s'appelle racine carrée de 19.

5) Se servir des connaissances acquises en traitant les exercices 1, 2, 3 et 4 pour définir la racine carrée d'un réel *a*.

Définition

La racine carrée d'un réel positif « *a* », notée $\sqrt{a}$, est le réel positif ou nul dont le carré est *a*.

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ ou $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ avec $a \geq 0$

Lecture : $\sqrt{a}$ se lit : « racine de *a* » ou « radical de *a* »

Le réel *a* positif, placé sous le radical, s'appelle **radicande**.

Recopier et Compléter le tableau suivant :

a	b	$a \times b$	$\sqrt{a \times b}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
4	9					
25	36					
$\frac{4}{9}$	225					
2,89	0,25					
3	5					
6	15					

Pour chacun des résultats demandés, indiquer la valeur décimale exacte ou la valeur arrondie au millième.

Que remarque-t-on pour les nombres : $\sqrt{ab}$ et $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Recopier et Compléter le tableau suivant :

a	b	$\frac{a}{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
36	4					
25	100					
64	16					
1,44	2,56					
6	15					

Pour chacun des résultats demandés, indiquer la valeur décimale exacte ou la valeur arrondie au millième.

Que remarque-t-on pour les nombres : $\sqrt{\frac{a}{b}}$ et $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Propriété I

Retenons

Quels que soient les réels positifs a et b : $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Propriété II

Retenons

Pour deux réels $a \geq 0$ et $b>0$: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Recopier et Compléter le tableau suivant :

a	b	$\sqrt{a}+\sqrt{b}$	$\sqrt{a+b}$	$\sqrt{a}-\sqrt{b}$	$\sqrt{a-b}$
36	4				
100	25				
64	36				
2,56	1,44				
15	6				

Pour chacun des résultats demandés, indiquer la valeur décimale exacte de la valeur arrondie au millième

1. Comparer $\sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a}+\sqrt{b}$
2. Comparer $\sqrt{a-b}$ et $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

Propriété III

Retenons

Pour deux réels $a \geq 0$ et $b \geq 0$: $\sqrt{a+b} \leq \sqrt{a}+\sqrt{b}$

Propriété IV

Retenons

Pour deux réels a et b avec $a \geq b$: $\sqrt{a-b} \leq \sqrt{a}-\sqrt{b}$

Pour tester ses connaissances

Indiquer la bonne réponse par *a*, *b* ou *c*

Énoncés des exercices	Réponses proposées		
	a	*b*	*c*
$\sqrt{9}$	-3	3	9
$\sqrt{0}$	N'existe pas	1	0
$\sqrt{\frac{9}{4}}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{81}{16}$
x est un nombre positif et $\sqrt{x}$ =8 donc x=....	8	$2\sqrt{2}$	64
$\left(\sqrt{17,3}\right)^2$	-299,29	299,29	17,3
$\sqrt{\pi^2}$	$-\pi$	π	$\sqrt{\pi}$
$\sqrt{5}\times\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$	25	5
$\sqrt{21}$	$\sqrt{3}\times\sqrt{7}$	$3\sqrt{7}$	$7\sqrt{3}$
$2\sqrt{5}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{25}$

Pour s'entraîner

I) Vocabulaire

1. Pour traduire la propriété « $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ »

   Recopier et compléter la phrase : « La.....d'un produit de deux nombres.....est égale au..... Les racines carrées de ces nombres.

2. Donner une écriture symbolique traduisant le carré de la racine carrée de *a* est égale à *a*.

3. Donner la traduction en français de chacune des propriétés suivantes avec les conditions nécessaires :

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\qquad$ $(\sqrt{a})^2 = a$

4. Donner un exemple où $\sqrt{\frac{a}{b}}$ existe et qu'on ne peut pas écrire $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

II) **Je demande de l'aide**

On me propose de développer A= $\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2$

a) A quelle égalité remarquable je dois penser ?

b) Pour deux propriétés m'échappent, si on me remplit les pointillés suivants, je pourrai continuer :

$\left(\sqrt{5}\right)^2 = ...$ $\qquad$ $\left(\sqrt{2}\right)^2 = ...$ $\qquad$ et $\qquad$ $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = ...$

✓ Savoir écrire un nombre $\sqrt{A}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec *a* et *b* entiers :

On souhaite écrire $\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec *a* et *b* entiers

a) Écrire 48 comme produit de deux facteurs dont l'un est un carré avec *a* et *b* entiers parfait.

Utilisation de la calculatrice

Effectuer les calculs suivants à la calculatrice : dans le cas où le résultat est une valeur approchée, donner une valeur au centième.

1 - a) $\sqrt{1936}$ b) $\sqrt{2000}$ c) $\sqrt{6889}$

2 - a) $\sqrt{0{,}0036}$ b) $\sqrt{36{,}36}$ c) $\sqrt{0{,}025}$

3 - a) $\sqrt{518}$ b) $\sqrt{-1225}$ (Expliquer l'affichage)

Savoir écrire sans radicaux lorsque cela est possible

Calculer sans utiliser la calculatrice

1 - a) $\sqrt{121}$ b) $\sqrt{16^2}$ c) $\sqrt{9\times 5^2}$

2 - a) $\sqrt{20}\times\sqrt{5}$ b) $-\sqrt{49}$ c) $\sqrt{10^4}$

3 - a) $\sqrt{\frac{25}{36}}$ b) $\sqrt{\frac{5}{125}}$ c) $\sqrt{\frac{3}{48}}$

Savoir faire « sortir d'un radical » ou « entrer dans un radical »

Écrire chaque nombre sous la forme $\sqrt{}$

1 - a) $7\sqrt{5}$ b) $3\sqrt{11}$ c) $10\sqrt{6{,}5}$

2 - a) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ b) $\frac{2}{5}\sqrt{3}$ c) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

Écrire le numérateur sous la forme de $a\sqrt{b}$ (avec a et b entiers) de façon à simplifier le quotient donné :

1- a) $\frac{\sqrt{72}}{12}$ b) $\frac{\sqrt{243}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{125}}{5}$

2- a) $\frac{\sqrt{45}}{12}$ b) $\frac{\sqrt{75}}{5}$ c) $\frac{\sqrt{80}}{4}$

Réduire : X=2a – 3b + a – b

Réduire l'écriture de chacun des nombres A, B et C

I) A= $2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

B= $60\sqrt{3}-12\sqrt{7}+49\sqrt{5}-3$

C= $\frac{1}{2}\sqrt{5}-2\left(1-\sqrt{5}\right)-\frac{3}{2}\sqrt{5}$

II) A= $\sqrt{3}-\sqrt{2}-\left(2\sqrt{2}+5\right)$

B= $2\sqrt{11}-3\sqrt{7}-\left(4\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)$

C= $\left(8\sqrt{5}\right)^2-12$

III) A= $3\sqrt{75}-7\sqrt{27}+4\sqrt{48}$

a) Écrire chacun des nombres $\sqrt{75}$, $\sqrt{27}$ et $\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a entier.

b) En déduire l'écriture de A

IV) A= $4\sqrt{18}+\sqrt{72}-\sqrt{50}$

a) Écrire chacun des nombres $\sqrt{18}$, $\sqrt{72}$ et $\sqrt{50}$ sous la forme $a\sqrt{2}$ avec a entier.

b) En déduire l'écriture de A

V) A= $\sqrt{500}+3\sqrt{5}-3\sqrt{45}$

a) Écrire chacun des nombres $\sqrt{500}$ et $\sqrt{45}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier.

b) En déduire l'écriture de A

Développer puis Réduire chacune des écritures :

I) A= $\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ B= $\left(\sqrt{3}+2\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$ C= $\sqrt{5}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)$

D= $\left(\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2}-3\sqrt{3}\right)$

II) A= $\left(\sqrt{3}-1\right)^2$ B= $\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$

C= $\left(3\sqrt{2}-\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}\left(8\sqrt{2}-12\right)$

III) A= $\left(2\sqrt{5}+1\right)^2$ B= $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{5}\right)^2$

C= $\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$

IV) A= $\left(\sqrt{7}-1\right)^2$ B= $\left(4+5\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}-3\right)\left(3\sqrt{2}+7\right)$

C= $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-1\right)\left(\sqrt{5}+1\right)$

Simplifier l'écriture et présenter le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$

A= $\sqrt{78}\times\sqrt{32}$ B= $3\sqrt{27}\times2\sqrt{15}$

A= $2\sqrt{99}\times\sqrt{165}$ B= $-\sqrt{63}\times\sqrt{14}$

A= $4\left(-\sqrt{20}\times\sqrt{54}\right)$ B= $\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{27}$

A= $\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$ B= $\sqrt{144\times25\times48}$

Exprimer chaque nombre sans radical

A= $\sqrt{\frac{8}{27}}\times\sqrt{\frac{3}{50}}$ B= $\sqrt{\frac{3}{10}}\times\sqrt{\frac{270}{64}}$

A= $\frac{\sqrt{2^3\times2^6}}{\sqrt{9}\times\sqrt{32}}$ B= $\frac{\sqrt{4{,}9\times10^3}}{\sqrt{3\times10^2}\times\sqrt{12\times10^6}}$

Développer et réduire l'écriture proposée :

A= $\left(5+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(5+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$ B= $\left(\sqrt{18}+\sqrt{98}\right)^2$

A= $\left(-\sqrt{32}-5\sqrt{75}\right)^2$ B= $\left(\sqrt{28}-2\sqrt{7}+3\sqrt{20}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)$

Savoir rendre le numérateur ou le dénominateur rationnel

I)

1. Développer $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)$
2. Utiliser le résultat précédant pour écrire le nombre A= $\frac{3}{\sqrt{5}+1}$ sous une forme où le dénominateur est un nombre rationnel
3. Reprendre les étapes précédentes si A= $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$

II)

1. Développer $(\sqrt{13}-5)(\sqrt{13}+5)$
2. Écrire le nombre A= $\frac{\sqrt{13}-5}{8}$ sous une forme où le numérateur est -3.

Écrire les nombres suivants sans le symbole $\sqrt{\ }$ au dénominateur.

A= $\frac{1}{5+\sqrt{2}}$ B= $\frac{1}{5-\sqrt{3}}$

A= $\frac{\sqrt{5}-2}{5+\sqrt{2}}$ B= $\frac{\sqrt{2}-5}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$

A= $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ B= $\frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{2}-\sqrt{11}}$

1^0) Les trois points A, B et C sont tels que AB= $\sqrt{99}$ BC= $\sqrt{176}$ et AC= $\sqrt{275}$.

Ces points A, B et C sont-ils alignés ?

2^0) Mêmes question pour les trois points M, P et S qui sont tels que MP= $\sqrt{272}, PS=\sqrt{425}, et\ \ MS=\sqrt{1377}$, ces points M, P et S sont-ils alignés ?

On dit que le nombre y est l'inverse du nombre x lorsque $y = \frac{1}{x}$ avec $x \neq 0$

1) Montrer que l'inverse du nombre $\sqrt{2}+1$ est $\sqrt{2}-1$

2) Démontrer que $2+\sqrt{3}$ est le nombre $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

3) Démontrer que $\frac{\sqrt{a}-1}{a-1}$ est l'inverse de $\sqrt{a}+1$ (où *a* est un positif de 1)

III) <u>L'unité de longueur est le centimètre</u>

EXERCICE 1

Le triangle CRU est isocèle de sommet R. On sait que HU=40cm et HR=6cm

a) Reproduire la figure

b) Calculer RU. On donnera la valeur exacte.

c) Montrer que le périmètre du triangle CRU est : $8+2\sqrt{52}$

d) Les nombres ci-dessous sont les réponses données par différents élèves, à la question C.

Réponses données : $8+\sqrt{104}$; $4(2+\sqrt{26})$; $8+4\sqrt{13}$; $2(4+\sqrt{52})$

Quelles sont toutes les réponses exactes ? Justifier vos choix.

<u>Schémas :</u>

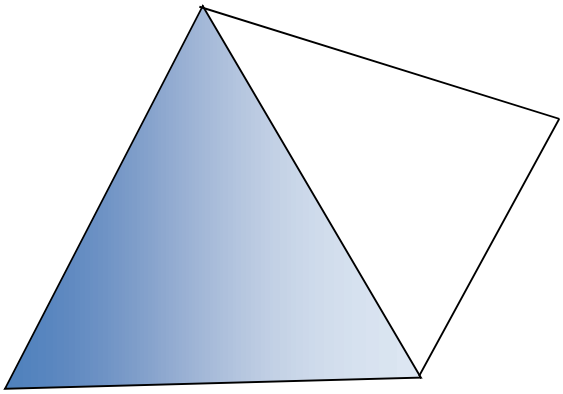
EXERCICE 2

ABC est un triangle rectangle en A. L'aire du carré ACDE est 27cm^2, l'aire du carré ABFG est 8cm^2

Calculer les valeurs exactes des longueurs AB, AC, et BC. En donner les valeurs approchées tronquées au dixième.

<u>Schémas</u>

Voici un prisme droit dont chaque face est un triangle équilatéral.



1-) Calculer la valeur exacte d'une hauteur de la base ABC, puis la valeur exacte du volume de ce prisme.

2-) Calculer la valeur exacte de la diagonale AF.

EXERCICE 3

Un véhicule automobile roule sur une route sèche à la vitesse *v* (en m/s) au moment ou le conducteur appuie brusquement sur le frein, la distance *d* parcourue par ce véhicule avant l'arrêt complet est donnée par la formule :

$$d = 0{,}05\frac{v^2}{f}$$

où f est le coefficient de frottement du pneumatique sur la route, *f* varie entre 0,6 et 0,9.

a)Supposons que *f*=0,6 :

Calculer la distance de freinage pour une vitesse de 25m/s (c'est-a-dire 90km/h)

b) De façon générale, exprimer la vitesse *v* en fonction de la distance *d* de freinage et de *f*.

c) Supposons que *f*=0,9

On souhaite que la distance d'arrêt soit de 50m

CHAPITRE IV
COMPARAISON DE NOMBRES RÉELS

CHAPITRE IV - COMPARAISON DE NOMBRES RÉELS

IV.1) Carrés – racines carrées – inverses

Pour comparer des nombres réels, que peut-on faire ?

Activité

Soit le tableau de nombres suivant :

a	-82	-80	-11	-5	-3,3	-2,5	0	1	3,5	12	25	100	167	178
a^2														

La première ligne du tableau comprend des nombres rangés dans l'ordre croissant.

1.- Compléter ce tableau en inscrivant dans la deuxième ligne le carré des nombres de la première ligne.

2.- $-82 < -80 < -11 < -5$

Les carrés de ces nombres sont-ils rangés ? Si oui, dans quel ordre ?

3.- $-3,3 < -2,5 < 0 < 1 < 3,5$

Les carrés de ces nombres sont-ils rangés ? Si oui, dans quel ordre ?

4.- $12 < 25 < 100 < 167 < 178$

Les carrés de ces nombres sont-ils rangés ? Si oui, dans quel ordre ?

Trace écrite (A savoir absolument)

1.- Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leurs carrés c'est-à-dire :

- a et b sont des nombres négatifs
- $a < b$ équivaut à $a^2 > b^2$
- $a = b$ équivaut à $a^2 = b^2$

2.- Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés (ou leurs racines carrées), c'est-à-dire :

- a et b sont deux nombres positifs
- $a < b$ équivaut à $a^2 < b^2$ ou $\sqrt{a} < \sqrt{b}$
- $a = b$ équivaut à $a^2 = b^2$ ou $\sqrt{a} = \sqrt{b}$

Remarque : Pour comparer deux nombres positifs, on peut comparer leurs carrés.

Exercice d'application immédiate

Comparer : $4\sqrt{3}$ et 7 ; $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$ et 4 ; $4\sqrt{3}$ et $5\sqrt{2}$

Trouver le signe de : $(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$; de $(4\sqrt{5} - 9)$

Comparer des inverses

Que faut-il faire ? L'activité suivante permettra de comprendre

Activité

Soit le tableau de nombres suivant :

a	-1000	-100	-10	-1	-0,1	-0,01	0,01	0,1	10	100	1000	**10000**
$\frac{1}{a}$												

La première ligne du tableau comprend des nombres rangés dans l'ordre croissant.

1.- Compléter ce tableau en inscrivant dans la deuxième ligne l'inverse des nombres de la première ligne.

2.- $-1000 < -100 < -10 < -1$

Les inverses de ces nombres sont-ils rangés ? Si oui, dans quel ordre ?

3.- Mêmes questions avec :

a) $-0,1 < -0,01 < 0,01 < 0,1$

b) $10 < 100 < 1000 < 10000$

Trace écrite (A savoir absolument)

Deux nombres de même signe et différents de 0 sont rangés dans l'ordre contraire de leurs inverses c'est-à-dire

- a et b sont deux nombres de même signe et non nuls.
- a< b équivaut à $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- a = b équivaux à $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

Remarque : Pour comparer deux nombres différents de 0, on peut comparer leurs inverses.

Exercice d'application immédiate

Comparer : $\frac{1}{453,59}$ et $\frac{2}{907,2}$; $\frac{18}{21}$ et $\frac{21}{20}$

Utiliser des encadrements pour comparer

Un exemple – modèle

Comparons les nombres $\sqrt{5}-1$ et 2

Solution

On sait que 5 est compris entre deux carrés parfaits qui sont 4 et 9 c'est-à-dire :

$$2^2 < 5 < 3^2$$

En prenant la racine carrée, on a :

$2 < \sqrt{5} < 3$, car $\sqrt{2^2} = 2$ et $\sqrt{3^2} = 3$

En ajoutant –1, on a donc :

$$2-1 < \sqrt{5}-1 < 3-1$$

$$1 < \sqrt{5}-1 < 2$$

Par conséquent : $\sqrt{5}-1 < 2$

Exercice d'application immédiate

1.- Ranger dans l'ordre croissant les nombres $5\sqrt{57}+16$; 50 et 60

2.- Comparer les nombres : $\frac{1}{2}\sqrt{29}+3$ et $1+\sqrt{11}$; $\frac{1}{\sqrt{69000}}-198$ et

Trace écrite (A savoir absolument)

Pour comparer des nombres réels, on peut :

- Comparer leurs carrés ou leurs racines carrées ;
- Comparer leurs inverses ;
- Etudier le signe de leur différence ;
- Les placer dans des intervalles disjoints.

IV.2) Calcul approché

Un exemple – modèle

Par approximations successives, rechercher un encadrement de $\sqrt{17}$ par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Solution

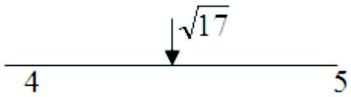
Dans la liste des carrés parfaits, 17 est compris entre deux carrés parfaits 16 et 25, on a :

$4^2 < 17 < 5^2$

En prenant la racine carrée, on a : $\sqrt{4^2} < \sqrt{17} < \sqrt{5^2}$ c'est-à-dire $4 < \sqrt{17} < 5$

4 est l'approximation décimale d'ordre 0 par défaut de $\sqrt{17}$

5 est l'approximation décimale d'ordre 0 par excès de $\sqrt{17}$



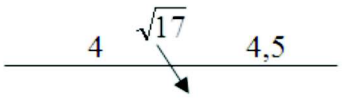
4 est la meilleure des deux approximations décimales d'ordre 0 de $\sqrt{17}$

D'ordre 1

Le nombre équidistant de 4 et 5 est $\frac{4+5}{2} = 4{,}5$

$(4{,}5)^2 = 20{,}25$ c'est-à-dire

$4^2 < 17 < (4{,}5)^2$



En prenant la racine carrée, on a :

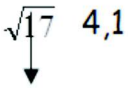
$4 < \sqrt{17} < 4{,}5$

Cherchons les carrés des nombres décimaux d'ordre 1 compris entre 4 et 4,5.

$(4,1)^2 = 16{,}81$; $(4,2)^2 = 17{,}64$;

On a : $(4,1)^2 < 17 < (4,2)^2$

4,2



- 4,2 est l'approximation décimale d'ordre 1 par excès de $\sqrt{17}$
- 4,1 est la meilleure approximation de $\sqrt{17}$

D'ordre 2

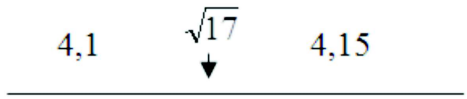
Le nombre équidistant de 4,1 et 4,2 est $\frac{4,1+4,2}{2} = 4,15$

$(4,15)^2 = 17,2225$ c'est-à-dire

$(4,1)^2 < 17 < (4,15)^2$

En prenant la racine carrée, on a :

$4,1 < \sqrt{17} < 4,15$



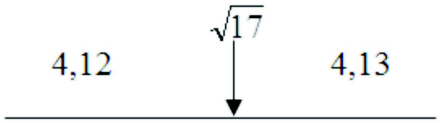
Cherchons les carrés des nombres décimaux d'ordre 2 compris entre 4,1 et 4,15

$(4,11)^2 = 16,8921$; $(4,12)^2 = 16,9744$; $(4,13)^2 = 17,0569$

On a : $(4,12)^2 < 17 < (4,13)^2$

En prenant la racine carrée, on a :

$4,12 < \sqrt{17} < 4,13$



- 4,12 est l'approximation décimale d'ordre 2 par défaut de $\sqrt{17}$
- 4,13 est l'approximation décimale d'ordre 2 par excès de $\sqrt{17}$
- 4,12 est la meilleure approximation. C'est aussi l'arrondi d'ordre 2 de $\sqrt{17}$

Exercice d'application immédiate

Activité

Trouver un encadrement par deux décimaux consécutifs d'ordre 1 de chacun des réels suivants :

$\sqrt{5}$ et $\sqrt{13}$

IV.3) Encadrer une somme – un produit – une différence

Activité 1

- Décomposer $2 \leq x \leq 3$ en deux inégalités
- Par rapport à x, que signifie $2 \leq x \leq 3$?

Activité 2

a) x désigne un nombre tel que : $-1 \leq x \leq 5$

Donner alors un encadrement de $3x$

b) y désigne un nombre tel que : $4 \leq y \leq 6$

Donner alors un encadrement de – 2y

Vocabulaire à savoir : Bornes – Amplitude

a et b sont des nombres réels tels que a $\prec$ b

$\Rightarrow$ Les nombres a et b sont les **bornes** de chacun des intervalles suivants :
[a ; b] ; [a ; b[;]a ; b] et]a, b[

$\Rightarrow$ La distance ¦ a – b¦ de ces nombres a et b s'appelle :

« Amplitude de ces intervalles » ou **« Amplitude des encadrements »** respectifs suivants associés à ces intervalles :
$a \leq x \leq b$; $a \leq x \prec b$; $a \prec x \leq b$; $a \prec x \prec b$

Activité

Sachant que 1,41 < $\sqrt{2}$ < 1,42 ; 1,73 < $\sqrt{3}$ <1,74 et 3,14 < π < 3,15, trouver un encadrement de la somme ($\sqrt{2}$ + $\sqrt{3}$), du produit (π$\sqrt{2}$) et de la différence ($\sqrt{3}$ - $\sqrt{2}$) par des nombres décimaux d'ordre 2.

Un exemple

Un Encadrement de la différence ($\sqrt{3}$ - $\sqrt{2}$)

Ce qu'il faut faire :

On a : 1,41 < $\sqrt{2}$ < 1,42 et 1,73 < $\sqrt{3}$ <1,74

Encadrement de $(-\sqrt{2})$: $-1{,}41 > -\sqrt{2} > -1{,}42$ c'est-à-dire $-1{,}42 < -\sqrt{2} < -1{,}41$

Par addition membre à membre, on a :

$$1{,}73 + (-1{,}42) < \sqrt{3} + (-\sqrt{2}) < 1{,}74 + (-1{,}41)$$

Donc : $0{,}31 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0{,}33$

Trace écrite (A savoir absolument)

1.- Pour encadrer la somme de deux nombres a et b quelconques et de même sens, on additionne les inégalités membre à membre.

2.- Pour encadrer un produit de deux nombres a et b quelconques et de même sens, on multiplie les inégalités membre à membre.

3.- Pour encadrer la différence (a – b) de deux nombres a et b connaissant un encadrement de a et de b, on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de (–b) de même sens que celui de a. et
- On détermine un encadrement de la somme a + (–b)

Encadrer un Quotient

Activité

Sachant que a et b sont deux nombres réels tels que $4{,}71 < a < 4{,}72$ et $0{,}36 < b < 0{,}37$, rechercher un encadrement du quotient $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ par deux nombres décimaux d'ordre 2.

Trace écrite (A savoir absolument)

Pour encadrer le quotient $\frac{a}{b}$, connaissant un encadrement de chacun des nombres positifs a et b, on peut procéder comme suit :

- On détermine un encadrement de $(\frac{1}{b})$ l'inverse de b $(b \neq 0)$ de même sens que celui de a.
- On détermine un encadrement du produit $a \times \frac{1}{b}$ $(b \neq 0)$

Exemples

En n'utilisant ni table ni calculatrice, et sachant que 1,41 < $\sqrt{2}$ < 1,42 et 1,73 < $\sqrt{3}$ <1,74, rechercher un encadrement par deux décimaux d'ordre 2 de chacun des nombres suivants :

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \sqrt{216}$$

En déduire l'amplitude de chaque encadrement.

Exemple traité

Encadrement de $\sqrt{216}$

En décomposant 216 en un produit de facteurs premiers, on obtient :

$$216 = \underline{2}^2 \times \underline{3}^2 \times 2 \times 3$$

$$\sqrt{216} = 2 \times 3 \times \sqrt{2\times 3} = 6\sqrt{2}\times\sqrt{3}$$

CHAPITRE V

VALEUR ABSOLUE - DISTANCE

CHAPITRE V – VALEUR ABSOLUE - DISTANCE

Comprendre la notion « Valeur Absolue »

Mise en situation

Dans la classe, quels sont, parmi vous, ceux qui savent compter ? Rassurez-vous, s'il y en a qui ne savent pas très bien compter, les activités suivantes vont vous permettre de bien le faire.

Activité 1

Placer, dans l'ordre, sur une droite (D) les points suivants :
A, B, C, E, F et G.

Consignes

- Fixer l'un des points, soit A par exemple
- Pour passer d'un point à un autre point le plus proche, on fait un pas.

  Trouver le nombre de pas que fait un enfant qui se déplace d'un point à un autre ou encore la distance d'un point à un autre point.

Le nombre de pas pour aller :

1.- De A à E est :

2.- De B à G est :

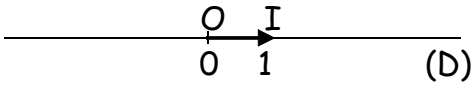
3.- De A à G est :

4.- De G à A est :

N.B : L'enfant se trouve maintenant au point C et reste en C, donc il ne se déplace pas. Le nombre de pas qu'il fait est :

Activité 2

Soit (D) une droite munie du repère (O, I), d'unité 1cm



1.- Placer sur la droite les points A, B, C, E et F d'abscisses respectives 3, –1, –5, 5 et –3.

2.- Calculer le nombre de pas de A vers B ou la distance des points A et B.

3.- Même questions avec les points C et A ; B et F ; C et E ; F et F ; E et E. Que remarque – t – on ?

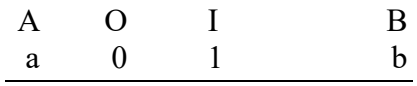
4.- Calculer les différences des abscisses des points A et C puis C et A ; C et E puis E et C. Dans chaque cas, interpréter les résultats obtenus.

5.- Comparer : Distance de A à C et distance de C à A
Distance de C à E et distance de E à C

6.- Quel nom donne-t-on à la distance des points A et C par rapport à la différence des abscisses ?

7.- Même question avec les points C et A ; C et E

Définition



De ce qui précède, on déduira la définition suivante :

Sur la droite munie du repère (O, I) A et B sont deux points d'abscisses respectives a et b.
Distance des points A et B = distance des nombres a et b = valeur absolue de la différence entre a et b.

Notation Mathématique

d (A, B) = d (a, b) = ¦ a – b ¦ ou ¦ b – a ¦

Lecture ¦ a – b ¦ se lit « valeur absolue de a – b ».
N.B. : Une distance n'est jamais négative. Elle est positive ou nulle.

Exercices - Synthèse regroupant les Compétences

1.- Valeur Absolue

1.- Calculer la valeur absolue de chacun des nombres : –5 ; –9 ; –2,04 ;

$\frac{-3}{4}$; 0 ; 2 ; 1,05 ; 6,49 ; $\frac{11}{7}$

2.- Etant donné les nombres réels a, b et c.

Comparer la distance des nombres a et b et celle des nombres (a – c) et (b – c).

3.- Dans chacun des cas suivants, calculer la distance des nombres x et y et trouver un nombre à égale distance de ceux-ci :

x = –3,25 et y = – 2,75 ;

x = –2,3 et y = 1,7

x = 1,09 et y = 3,61

4.- Trouver les nombres réels x dans chacun des cas suivants :

$|x|=4$; $|-x|=2$; $|x+5|=8$; $|x-1|=7$; $|x-4|=0$; $|2x|=6$; $|-x+2|=9$; $|4x-1|=15$

Comparaison des Nombres réels

7- Comparer les nombres réels suivants :

$\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{30}$ et $\frac{1}{41}$

$\frac{-1}{51}$ et $-\frac{1}{60}$; $\frac{-6{,}31}{22}$ et $\frac{47}{13}$;

$\frac{1993}{1994}$ et $\frac{2001}{2000}$; $\frac{-19}{20}$ et $-\frac{31}{30}$

8.- Même question :

$1{,}1\sqrt{5}$ et $1{,}01\sqrt{5}$; $-2\sqrt{7}$ et $4\sqrt{7}$

$5-\sqrt{2}$ et $3-\sqrt{2}$; $2+\sqrt{3}$ et $7+\sqrt{3}$

$2\sqrt{2}-1$ et $3-\sqrt{2}$; 9 et $4\sqrt{5}$

$3\sqrt{2}$ et $2\sqrt{3}$; $-2\sqrt{7}$ et $-7\sqrt{2}$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ et $\frac{1}{\sqrt{3}}$; $-\frac{1}{\sqrt{5}}$ et $\frac{1}{\sqrt{7}}$

$-\frac{1}{\sqrt{6}}$ et $-\frac{1}{\sqrt{8}}$

9- On donne a = $\sqrt{2}$ - 1 et b = 2 - $\sqrt{3}$

Démontrer que les nombres réels a et b sont positifs.

Comparer a et b

4.- Calcul Approché

10- En utilisant la calculatrice, trouver l'encadrement des nombres réels ci-dessous par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 :

$\sqrt{14}$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{19}$; $\sqrt{21}$; $\sqrt{24}$

11.- En utilisant la table des carrés, trouver un encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1 de chacun des nombres réels suivants :

$\sqrt{18}$; $\sqrt{30}$; $\sqrt{42}$; $\sqrt{58}$; $\sqrt{87}$

12.- Sans utiliser de calculatrice et par approximations successives, chercher un encadrement de $\sqrt{7}$, puis $\sqrt{11}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

13.- Sachant que :

1,414 < $\sqrt{2}$ < 1,415 et 1,732 < $\sqrt{3}$ < 1,733,

Donner l'encadrement par deux nombres décimaux d'ordre 2 de chacun des nombres suivants :

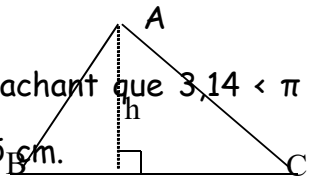
$3\sqrt{2}$; $-4\sqrt{3}$; $3\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

14.- Sachant que 2,236 < $\sqrt{5}$ < 2,237, donner un encadrement de $\frac{1}{2+\sqrt{5}}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2.

15.- Sachant que 1,732 < $\sqrt{3}$ < 1,733, donner un encadrement de $2-\sqrt{3}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2 consécutifs.

16.- La longueur d'un champ est comprise entre 55m et 56m, sa largeur est comprise entre 27m et 28m. Trouver un encadrement du périmètre et de l'aire de ce champ.

18.- L'unité de longueur est le mètre. Un triangle ABC a une aire comprise entre 16 et 19. Sachant que BC = 6, donner l'encadrement de la hauteur h de ce triangle par deux nombres entiers.



19.- Sachant que 3,14 < π < 3,15 donner un encadrement de l'aire d'un disque de rayon 5 cm.

20.- Encadrer $\sqrt{143}$ par deux nombres entiers consécutifs.

21.- Sachant 1,41 < $\sqrt{2}$ < 1,42, encadrer $\sqrt{450}$ par deux nombres décimaux d'ordre 1, cet encadrement ayant une amplitude de 0,3,

22.- Sans utiliser de table et sachant que :

2,23 < $\sqrt{5}$ < 2,24 et 2,64 < $\sqrt{7}$ < 2,65 chercher un encadrement de $\sqrt{140}$ par deux nombres décimaux d'ordre 2.

GÉOMÉTRIE

GEOMETRIE

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

A.- Cube

Activités 1

Sur une feuille de bristol, construire 6 carrés de 6 cm de côté comme sur la fig. 1

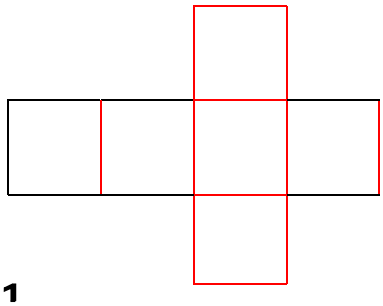


fig. 1

Ajouter comme l'indique la fig. 2 des petits trapèzes (franges) puis plier suivant les lignes rouges. En collant les segments consécutifs à l'aide des franges, on obtient un solide géométrique.

Le solide ainsi constitué possède …….. faces

ce solide se nomme ……

un …… est un solide géométrique de …… faces

……

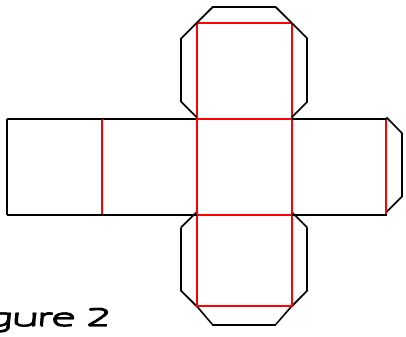


figure 2

Activité 2

Noter quelques objets naturels de même forme que le solide obtenu que vous ayez déjà vus.

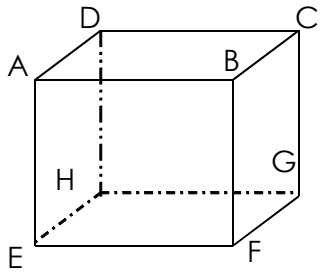
Numéroter les faces du solide de l'activité 1, le placez sur le bureau et préciser les faces que l'on observe.

Changer autant que possible sa position et dire combien de faces maximum peut-on voir dans un cube. Expliquer.

Activité 3

La figure suivante est la représentation du solide géométrique réalisé dans l'activité 1. On l'appelle représentation en perspective cavalière d'un cube.

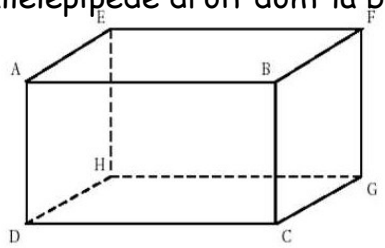
Compléter.



a) L'angle $A\hat{B}C$ mesure .....
b) L'angle $F\hat{G}H$ mesure .....
c) L'arête [AB] mesure ..... cm
d) L'arête [BC] mesure ..... cm
e) L'aire de la face AEFB est de ..... cm^2
f) L'aire de la face ABCD est de ..... cm^2
g) L'aire latérale du cube est de ..... cm^2
h) La face DHGC est une face cachée.
i) La face AEHD est une face .....
j) La face ABCD est une face visible
k) La face AEFB est une face .....
l) Toutes les faces cachées ont ..... arêtes en pointillés
m) Le volume du cube est ..... si son arête est a
n) Un cube, un pave droit sont-ils des prismes ? Expliquer

Activité 4

La piscine de Monsieur Dujardin a la forme d'un parallélépipède droit dont la base DCGH est un rectangle.



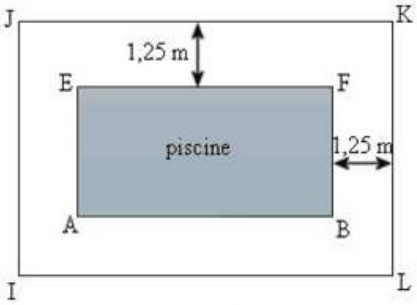
On donne : DC= 14 m, CG = 5 m, GF= 1,80 m,

On rappelle les formules suivantes :

Volume d'un prisme = (Aire de la base) × hauteur.

Partie B

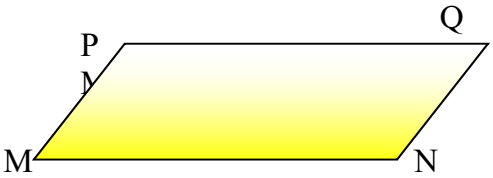
M. Dujardin doit clôturer sa piscine, en laissant autour une distance de 1,25 m comme le montre le schéma ci-dessous.



a) Calculer les distances IJ et JK en cm.
b) Pour réaliser la clôture, il souhaite utiliser un nombre entier de blocs rectangulaires identiques, dont la longueur a est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible.
c) Expliquer pourquoi a est le PGCD de 750 et 1650.
d) Calculer la valeur de a, en indiquant la méthode utilisée.
e) Combien faudra-t-il de panneaux pour clôturer la piscine ?

Vérification des acquis

1. La figure suivante représente la base d'un cube MNPQRSTU



a) Construire les autres faces de ce cube.

b) Préciser sur la figure obtenue

➔Deux droites parallèles

➔Deux droites perpendiculaires

c) Les droites (SN) et (PQ) ……. sécantes

d) Les droites …….et …….. ne sont ni parallèles ni sécantes. On dit quelles sont quelconques ou gauches ou non-coplanaires.

2. On considère le cube de l'activité 3. compléter.

a) (ABC) est le plan représenté par la face ……..

b) Les faces du cube sont des représentants de ……

c) Les plans (ABC) et (EFG) sont ……

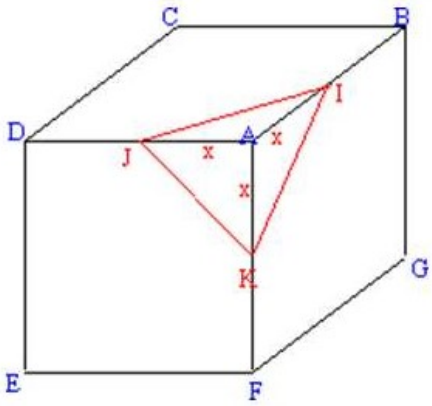
d) Les plans (ABC) et (BFG) sont ……..

e) L'intersection des plans (ABC) et (AEH) est la droite ……

f) Les droites (AB) et (BC) sont ……, de plus, la droite (AB) est parallèle à (EF) et que la droite (BC) est parallèle à (FG) alors les plans (ABC) et (FGH) sont ……..

g) La droite (AB) est parallèle à (EF). Donc (AB) est …… au plan (EFG)

3) Sur les arêtes d'un cube, on marque les points I, J, K tels que : AI = AJ = AK = x, où x est un réel donné strictement positif et strictement inférieur à la longueur a de l'arête du cube.



a) Pourquoi le triangle IJK est-il équilatéral ? Calculer son aire.

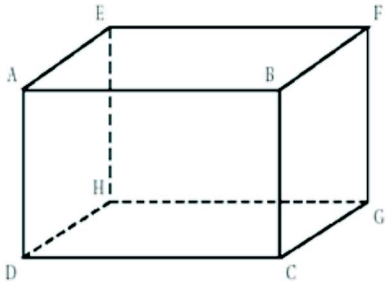
b) Comment appelle-t-on le solide AIJK ? Calculer son volume.

c) La perpendiculaire menée par A au plan (IJK) coupe ce plan en H. Calculer AH en fonction de x.

4) ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. On donne AE = 3 m; AD = 4 m; AB = 6 m.

a) Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Le justifier.

b) Les droites (EH) et (AB) sont-elles sécantes ?



c) Calculer EG. On donnera la valeur exacte.

d) En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur exacte de la longueur de la diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.

e) Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m³.

f) Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m².

Traces écrites (cube)

1. *Un cube est un solide géométrique de six faces carrées. Il possède douze arêtes et huit sommets.*
2. *Les faces d'un cube sont des représentants de plan*
3. *Deux plans sont parallèles si l'un d'eux contient deux droites sécantes parallèles à l'autre*
4. *le volume d'un prisme est donné par :* $V = Aire\,de\,la\,base\,x\,hauteur$

B.- Pyramide

B.1.1.- Tétraèdre

Activités 1

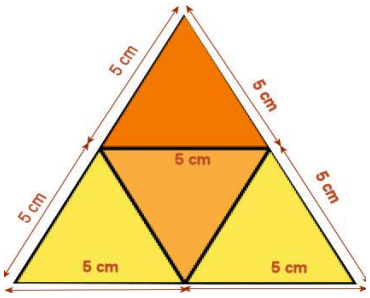
Reproduire la figure suivante sur une feuille de bristol, lui ajouter des franges, la découper, la plier suivant les lignes intérieurs puis coller les cotés consécutifs à l'aide des franges.

La figure ainsi obtenue est appelé ……..

Noter quelques objets naturels de même forme que cette figure que vous avez déjà vus.

Numéroter les faces du solide constitué, le placez sur le bureau et préciser les faces que vous observez.

Changer autant que possible sa position et dire combien de faces maximum peut-on voir dans un tétraèdre ?



Activité 2

La figure suivante est la représentation d'un tétraèdre en perspective cavalière.

Sur la figure déterminer :

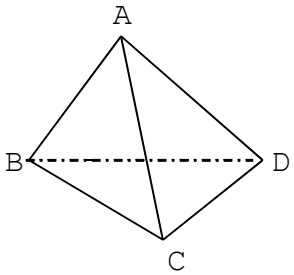
Deux droites parallèles

Deux droites sécantes

Deux droites gauches.

Deux plans sécants.

…… est la droite d'intersection des plans (ABC) et (BCD)



Activité 3

Noter les faces du tétraèdre de l'activité 2 qui ne sont pas visibles.

Pour chacune d'elle, préciser les arêtes non vues

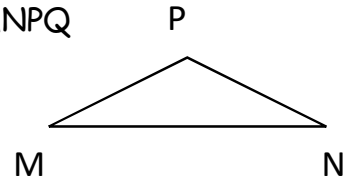
Préciser les faces vues.

Les arêtes des faces vues sont ……

Vérification des acquis

1. Un tétraèdre est une pyramide à base triangulaire possédant ……. faces triangulaires, …… sommets et …….arêtes.

a) La figure suivante représente la base d'un tétraèdre MNPQ



a) Construire les autres faces de ce tétraèdre.

b) Préciser sur la figure obtenue

1) Deux droites sécantes

2) Deux droites gauches ou non-coplanaires

c) Les droites (MN) et (NQ) sont ……

d) Les droites …….et …….. ne sont ni parallèles ni sécantes. On dit qu'elles sont quelconques ou gauches ou non-coplanaires.

2. Soient ABCD le tétraèdre de l'activité 2, soient I et J les milieux respectifs de [AB] et [AC].

a) démontrer que (IJ) est parallèle à (BC).

b) La droite (IJ) est parallèle au plan ……..

c) On donne K milieu de [BC] et l milieu de [CD], quelle est la nature du quadrilatère IJLK ?

Traces écrites (tétraèdre)

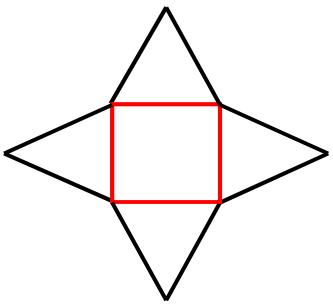
1. Un tétraèdre est un solide géométrique constitué par quatre triangles
2. Un tétraèdre possède donc, 4 sommets, 4 faces triangulaires, 6 arêtes
3. si les faces d'un tétraèdre sont des triangles équilatéraux, il est régulier.

B.1.2.- Pyramide à base carrée

Activités 1

Reproduire la figure suivante sur une feuille de bristol, lui ajouter des franges, la découper, la plier suivant les arêtes en rouges puis coller les cotés consécutifs à l'aide des franges.

Consignes : le carré est de coté 4 cm, les triangles sont isoles et les cotés égaux mesurent 7cm



a) La figure ainsi obtenue est appelé ……

b) Une pyramide à base carré possède : … arêtes, …… sommets et …… Faces dont un …… et cinq ……

c) Cette pyramide est régulière car sa base est un …… régulier

Activités 2

Noter les faces de la pyramide de l'activité 2 qui ne sont pas visibles.

a) Numéroter les faces du solide, le placer sur le bureau et préciser les faces que vous observez.

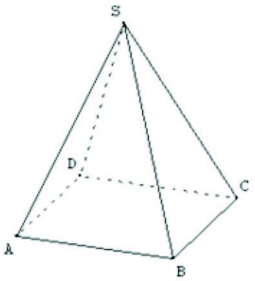
b) Pour chacune d'elle préciser les arêtes non vues

c) Préciser les faces vues. Les arêtes des faces vues sont ……

d) Changer autant que possible sa position et dire combien de faces maximum peut-on voir dans une pyramide à base carré?

Activités 3

On considère la pyramide suivante. Sur la figure placer les point I milieu de [SA] et J milieu [SB]



a) (IJ) est …… à (AB) et (AB) est parallèle (BC). Il s'en suit que (IJ) est ……. au plan (SCD)

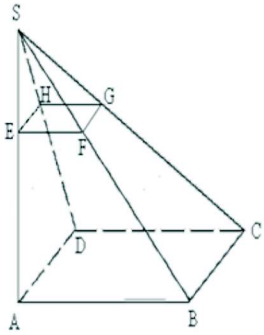
b) Déterminer :

- Deux droites perpendiculaires
- Deux droites parallèles
- Deux droites non-coplanaires

c) La base de la pyramide étant un rectangle, placer son centre H. Que représente SH si les faces sont des triangles isocèles en S ?

Activités 4

Sur la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide à base carrée de hauteur [SA] telle que AB = 9 cm et SA = 12 cm. Le triangle SAB est rectangle en A.



Partie A

EFGH est la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base et telle que SE = 3 cm.

a) Calculer EF.

b) Calculer SB.

c) Calculer le volume de la pyramide SABCD.

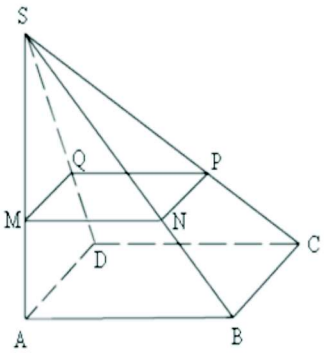
d) Donner le coefficient de réduction permettant de passer de la pyramide SABCD à la pyramide SEFGH.

e) En déduire le volume de SEFGH. On donnera une valeur arrondie à l'unité.

Partie B

Soit M un point de [SA] tel que SM = $x$cm, où x est compris entre 0 et 12.

On appelle MNPQ la section de la pyramide SABCD par le plan parallèle à la base passant par M.



a) Montrer que MN = 0,75x.

b) Soit $A(x)$ l'aire du carré MNPQ en fonction de x Montrer que $A(x) = 0{,}5625\ x^2$.

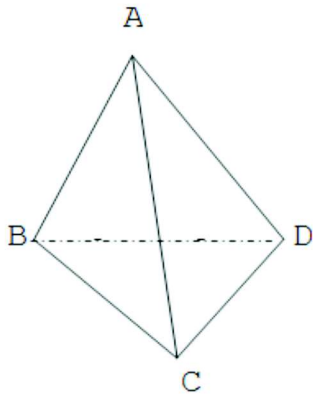
x: longueur SM en cm	0	2	4	6	8	10	12
$A(x)$: aire du carré MNPQ							

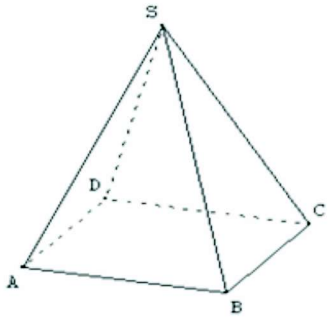
Vérification des acquis

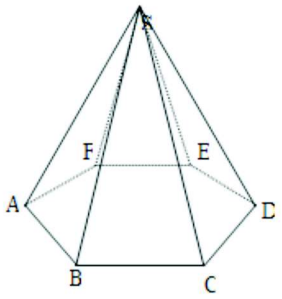
1) Les figures suivantes représentent des pyramides. Compléter

a) Un tétraèdre est un pyramide dont la base est un .....

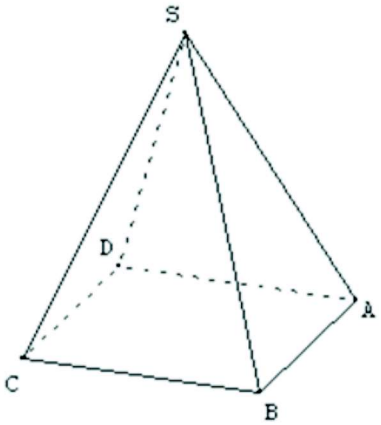
b) Une pyramide dont la base est un polygone régulier est dite .....







2) Sur la pyramide ci-contre, tracer les diagonales du carré de base et marque le milieu O. Tracer la hauteur [OS].
Sur la hauteur [OS] placer un point libre O'. Créer le plan Q parallèle à la base passant par O'. Tracer les intersections du plan Q avec les arêtes et les faces de la pyramide. Quelle est la nature du solide SA'B'C'D' ?



3) Une pyramide à base rectangulaire, régulière, a pour dimensions : longueur de la base : 5 cm. Largeur de la base : 4 cm. Hauteur de la pyramide : 6 cm.
Calculer la longueur d'une diagonale de la base au centième de cm près.
En déduire la longueur d'une arête d'un triangle de la pyramide au centième de cm près.
Calculer le volume de cette pyramide.

Construire le patron de cette pyramide.

Traces écrites

Une pyramide est un solide composé :

- d'une base de forme polygonale
- de faces latérales triangulaires, ayant un sommet commun : le sommet de la pyramide.

La hauteur d'une pyramide est le segment joignant le sommet de celle-ci et est perpendiculaire au plan de la base.
La hauteur d'une pyramide de sommet S perce le plan de la base au point H. Le mot hauteur désignera selon le contexte, la droite SH, le segment [SH] ou la distance SH

On dit qu'une pyramide est régulière lorsque :

- sa base est un polygone régulier,
- ses faces latérales sont des triangles isocèles ou équilatéraux.

Si une pyramide est régulière, alors sa hauteur passe par le centre du cercle circonscrit à sa base

Le volume d'une pyramide régulière est donné par l'expression : $V = \frac{B \times h}{3}$,

où : V : volume ; B : aire d'une base ; h : hauteur

L'aire latérale d'une pyramide est $A = \frac{P \times a}{2}$, où : A : aire latérale

P : périmètre de la base

C.- Cône

Activités 1

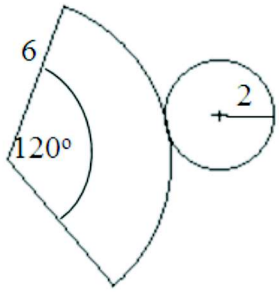
Reproduire la figure suivante sur une feuille de bristol, lui ajouter des franges au bon endroit, la découper puis coller adéquatement à l'aide des franges.

Consignes : La longueur du cercle est la même que celle de l'arc de cercle et l'angle au centre mesure 120°

a) La figure ainsi obtenue se nomme .....

b) Noter quelques objets naturels de même forme que cette figure déjà vus.

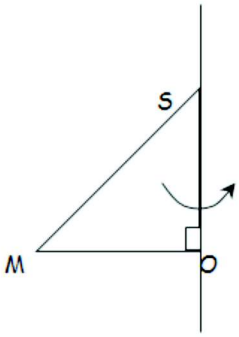
c) Qu'est ce qui constitue la base de la figure obtenue ?



Activités 2

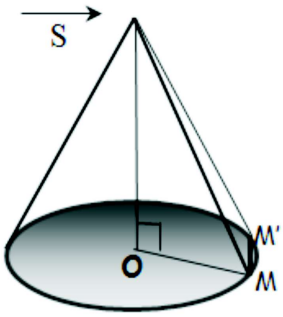
Imaginer que le triangle rectangle ci-dessous tourne autour de la droite d. Dans sa rotation, le triangle engendre un solide

- Quelle est figure décrite par le point M ? Expliquer pourquoi ?
- Le segment SM décrit un ensemble de points formant un solide. Quelle comparaison peut-on faire entre celui-ci et le solide de l'activité 1 ?



Voici ci-après une représentation en perspective cavalière de ce cône de révolution.

- Que représentent le segment [SO], les segments [SM] et [SM'] ?
- Pourquoi les segments [SM] et [SM'] ont même longueur ?
- Quelle est la nature de la base ?

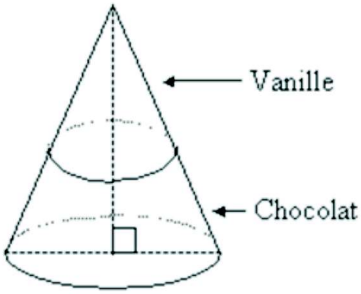


On remplit un cône de 9 cm de hauteur et de 8 cm de diamètre de base avec de la glace.

a) à la vanille pour les $\frac{2}{3}$ de la hauteur

b) au chocolat pour la partie restante.

1. Calculer le volume de glace qu'il contient.
2. Calculer le volume de la glace à la vanille et celui de la glace au chocolat.
   Par quelles fractions faut-il multiplier le volume total de glace pour obtenir ces deux volumes ?
   Les différents volumes seront arrondis au cm³ près.

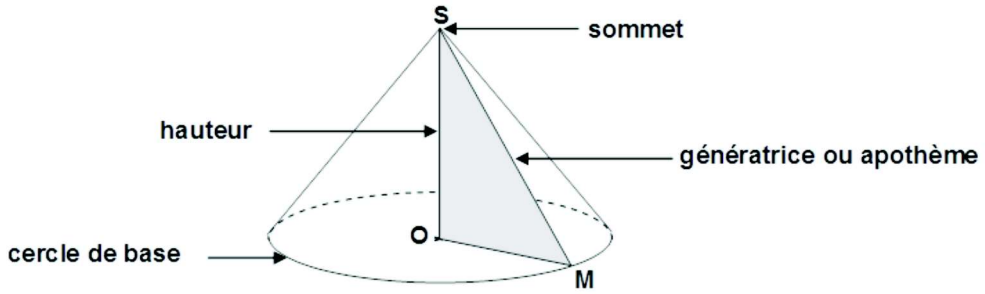


Traces écrites

Un cône de révolution est un solide engendré par un triangle rectangle pivotant autour d'un côté de l'angle droit.

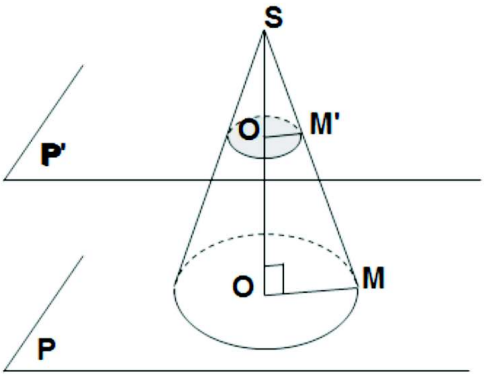
Un cône est une surface réglée dont les génératrices passent par un point fixe S appelé sommet du cône.

Un cône est parfaitement déterminé par son sommet et une courbe de sa surface rencontrant toutes les génératrices appelées une directrice du cône.



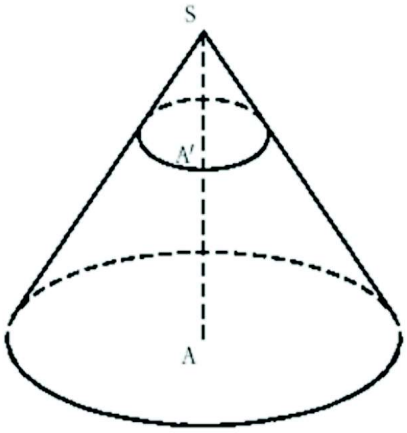
Vérification des acquis

1. Voici un cône de sommet S, O est le centre du disque de base, P est le plan de la base et P' est un plan strictement parallèle à P :La section du cône par le plan **P'** est un ..... dont le centre est sur ..... et dont le rayon est ..... avec (OM) ..... à (O'M'). Le plan **P'** partage alors le cône en un cône C', ... du cône initial et un ..... **de cône**. Le cône C' a pour sommet ..... et pour base le disque de centre ..... et de rayon .....



2. Sur la figure ci-dessous on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA' = 3 cm (la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle).

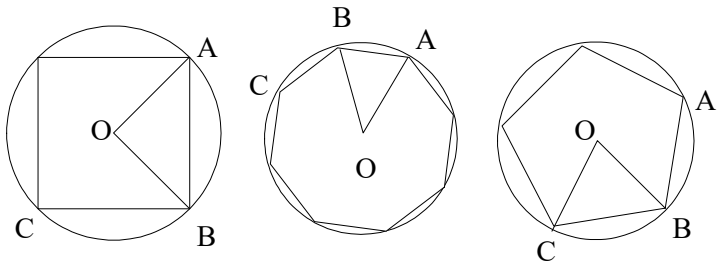
- Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.
- Quel coefficient de réduction permet de passer du grand cône au petit cône ?



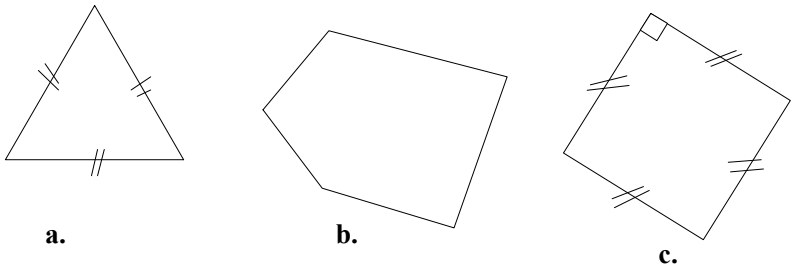
Calculer la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis en donner la valeur arrondie au cm^3.

Exercices d'approfondissement

Parmi les polygones suivants, lesquels sont réguliers ?

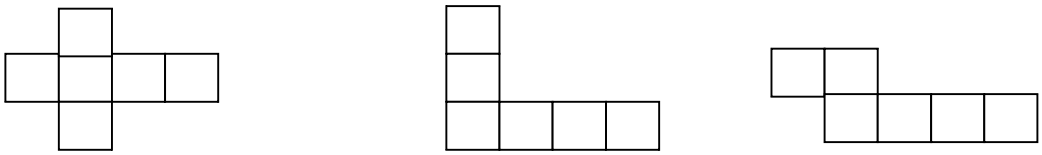


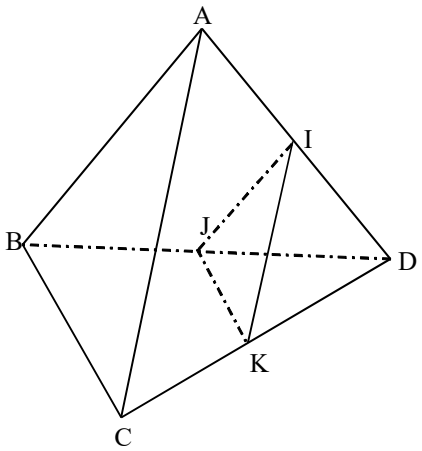
a. 4 côtés (carré) **b. 8 côtés (octogone)** **c. 5 côtés (pentogone)**



a. **b.** **c.**

Lequel de ces patrons constitue celui d'un cube.





ABCD est un tétraèdre régulier (toutes les arêtes ont la même longueur). *I* est le milieu de [*AD*], *J* est le milieu de [*BD*] et *K* est le milieu de [*CD*].
Démontrer que les droites (*AB*) et (*IJ*) sont parallèles.
Exprimer *IJ* en fonction de *AB*, puis exprimer le périmètre *P'* du triangle *IJK* en fonction du périmètre *P* du triangle *ABC*.
On admettra que l'aire d'un triangle équilatéral de côté *c* est : $A = \frac{\sqrt{3}}{4}c^2$ Exprimer l'aire *A'* du triangle *IJK* en fonction de l'aire *A* du triangle *ABC*.

Géométrie et Art

Barnett Newman, *Broken Obelisk*, 1963-1969, 774,5 cm × 320 cm × 320 cm.
Musée d'Art moderne de New York.

Barnett Newman est né à New York en 1905 et y est mort en 1970.
Dans l'*Obélisque brisé*, on trouve beaucoup de formes triangulaires et de lignes droites verticales. C'est une sculpture composée de deux masses raccordées en un point.

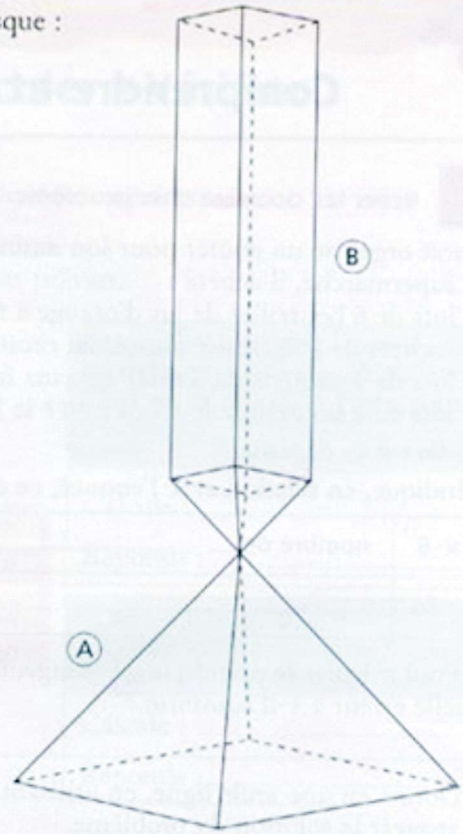
1 Observe bien le dessin simplifié de l'obélisque : on a représenté « en entier » sa partie supérieure.

a) On appelle A le solide qui constitue la partie inférieure.
Quelle est la forme de ce solide ?

b) On appelle B le solide qui constitue la partie supérieure.
Quelle est la forme de la pointe du solide B ?

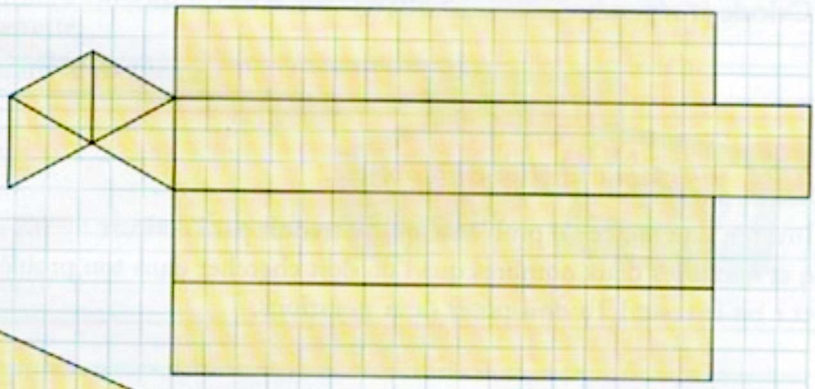
Quelle est la forme de l'autre partie du solide B ?

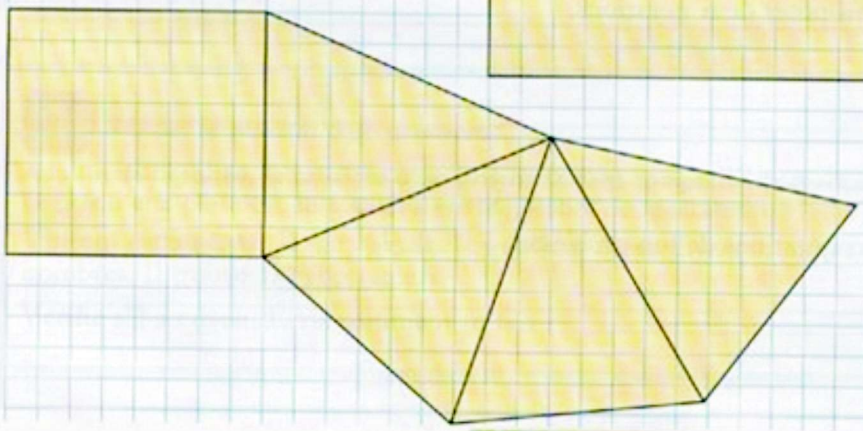
Si tu as d'autres observations à faire, note-les :



2 a) Note sur chacun des patrons le nom du solide correspondant.

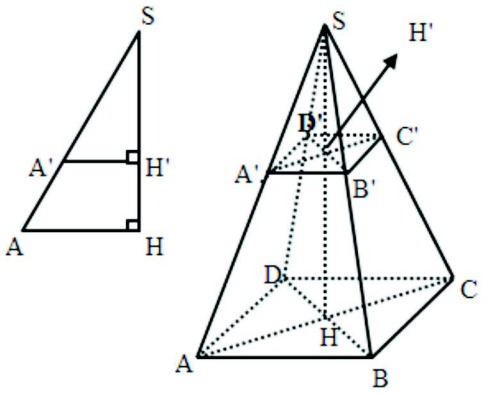
b) Reproduis les deux patrons sur du papier quadrillé en utilisant la règle et le compas. (Tu peux doubler les mesures.)



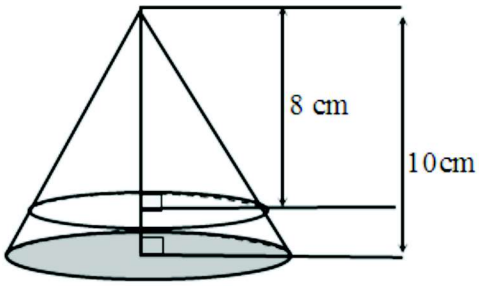


c) Découpe les deux patrons et construis les solides avec soin. Comment peut-on faire pour qu'ils tiennent par leurs sommets ?

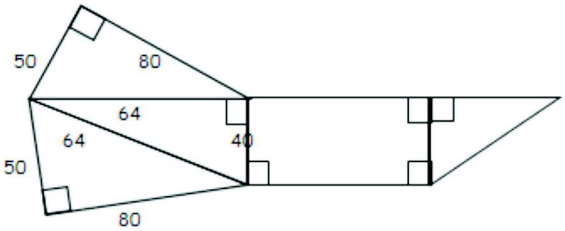
5. SABCD est une pyramide régulière à base carrée ABCD de centre H. On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan de base comme le montre la figure ci-dessous. On sait que SA = $12\sqrt{2}$ cm et SA' = $8\sqrt{2}$ cm.
   a) Exprimer l'aire de la base A' de SA'B'C'D' en fonction de l'aire A de SABCD.
   b) Exprimer le volume V' de SA'B'C'D' en fonction du volume V de SABCD.



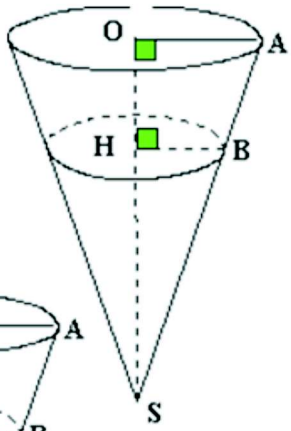
6. On a coupé le grand cône de sommet S parallèlement à sa base D. L'aire de la section (disque en gris) est égale à 60cm^2.
   a) Calculer l'aire du disque D.
   b) Calculer le volume du petit cône
   c) En déduire le volume du grand cône.

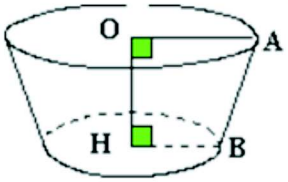


7. Calculer l'aire latérale, l'aire totale et le volume de la pyramide à base rectangulaire dont voici l'esquisse d'un patron.



8. Le cône de sommet S, de hauteur 10 mètres et dont le disque de base de centre O a pour rayon 2 mètres, est coupé par un plan perpendiculaire à la hauteur [SO]. Sur la figure ci-contre ce plan coupe [SA] en B et [SO] en H tel que SH=7m. Nous admettrons que les droites (HB) et (OA) sont parallèles.
   a) Calculer HB.
   b) Calculer le volume du tronc de cône de hauteur [OH].



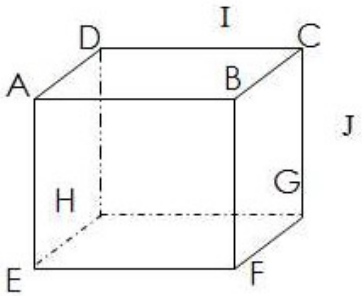


9. Sur la figure ci-dessus, I est situé sur [AD] et J est situé sur [CG].

a) Construire la section du cube par le plan (BIJ). Préciser la nature de cette section.

b) On suppose I au milieu de [AD]. Où devra se situer J pour que la section soit un trapèze isocèle ?

c) Construire la section du cube par le plan (BIF). Préciser la nature de cette section.



10. Une pyramide régulière de sommet S, a pour base un hexagone régulier ABCDEF de centre O.

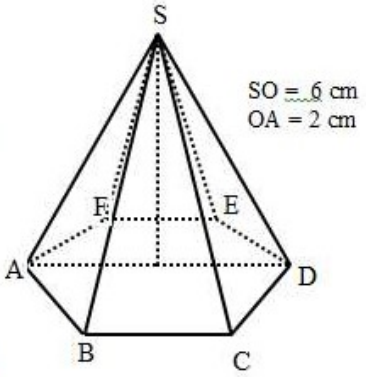
a) Préciser la nature du triangle SOA.

b) Calculer SA.

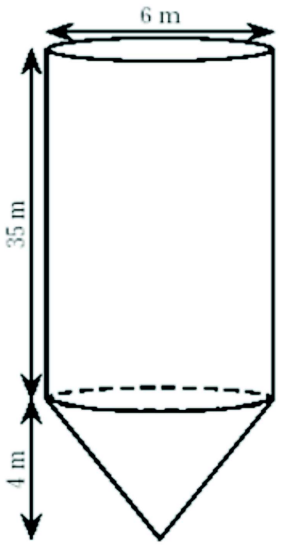
c) Calculer l'arrondi au degré près de l'angle $\widehat{ASO}$.

d) Un plan parallèle à la base coupe [SA] en A' et [SO] en O'. L'aire de la section est la moitié de l'aire de ABCDEF. Calcule le quotient $\frac{SO'}{SO}$.

En déduire les longueurs SO' et O'A'.



11. On se propose dans cet exercice au réservoir de la fusée XYZ2005, nouveau prototype de fusée interplanétaire. Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre le dessin ci-dessous. Le diamètre du réservoir est de 6 m, le cylindre mesure 35 m de hauteur et le cône 4 m de hauteur.



a) Calculer le volume total du réservoir; on donnera d'abord la valeur exacte en m^3, puis la valeur en dm^3, arrondie au dm^3 prés.

b) Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1 500 litres de carburant par seconde ?

Rappels :

Volume d'un cône de hauteur h et de rayon R : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h$

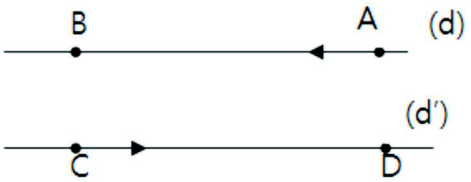
Volume d'un cylindre de hauteur h et de rayon R : $V = \pi \times R^2 \times h$

LES VECTEURS

Les vecteurs constituent un outil fondamental non seulement pour aborder un certain nombre d'aspects de la géométrie analytique avec efficacité et efficience, mais aussi pour le champ de la physique.

Activité 1

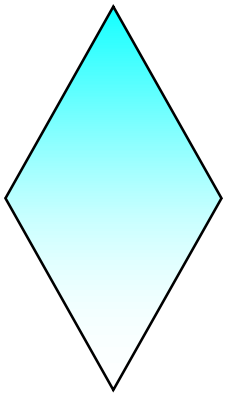
Deux objets matériels P et P' se déplacent respectivement de A vers B et de C vers D sur les droites parallèle (d) et (d') comme l'indique la figure suivante.



a. Les deux objets ont-ils même direction ?
b. Ont-ils même sens ?
c. Avec le compas vérifier que les deux objets ont parcourus la même distance
d. Le segment orienté de A vers B est appelé vecteur …… Il a même longueur que ……. et même direction que la droite.
e. Le segment orienté de C vers D est appelé vecteur …… Il a même longueur que ……. et même direction que la droite.

Egalité de deux vecteurs

Soit *ABCD* un losange de centre *O*.
Dessiner un tel losange.
Placer les points *I*, *J*, *K* et *L* qui sont les milieux respectifs de [*AB*], [*BC*], [*CD*] et [*AD*].
Placer les points *M*, *N*, *P* et *Q* tels que : (*AC*) coupe (*IL*) en *M* et (*JK*) en *P*, (*BD*) coupe (*IJ*) en *N* et (*LK*) en *Q*.
Compléter, le tableau suivant, en plaçant une croix dans chaque case représentant une réponse correcte.



	Même direction	Même sens	Même longueur	Egaux
$\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{KJ}$				
$\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{CD}$				
$\overrightarrow{BO}$ et $\overrightarrow{OD}$				
$\overrightarrow{KP}$ et $\overrightarrow{OB}$				
$\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{KD}$				
$\overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{OD}$				

Trace écrite (A savoir absolument)

<u>Définition 1 :</u> *Un vecteur est un objet mathématique caractérisé par :*

- ✓ Une direction
- ✓ Un sens
- ✓ Une norme

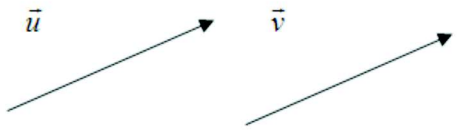
<u>Définition 2 :</u> Deux vecteurs sont égaux si et seulement si :

- ✓ Même direction
- ✓ Même sens

Même norme

⇨ **Remarque 1** : Le vecteur $\vec{u}$ n'est pas fixe, on peut le dessiner n'importe où sur une feuille Somme de deux vecteurs

⇨**Propriétés** : Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de représentants respectifs de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{CD}$ alors, ...



Remarque :

$\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ si et seulement si .....

Si on fixe un point O, alors pour tout vecteur $\vec{u}$, il existe un unique point M vérifiant $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$

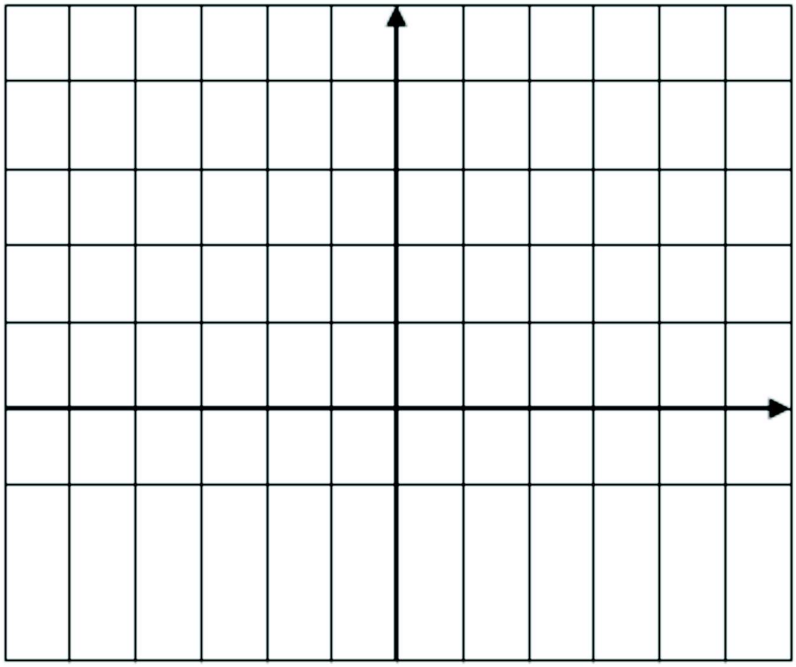
On se place dans un repère (O, I, J).

① **<u>Construction « bout à bout »</u>** :

1) Placer les points M (2 ; 4), N (3 ; 6), R (4 ; 4), S (5 ; 1) et A (1 ; 1).

2) Soient les vecteurs $\vec{u} = \overrightarrow{MN}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{RS}$. Construire le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ (B est l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$)

Construire ensuite le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$.
Représenter dans le repère suivant, le vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$.



_____

_____

_____

⇨ **Conclusion :** Le vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ .....

On note : .....

Multiplication d'un vecteur par un réel

⇨ *Activité d'approche :*

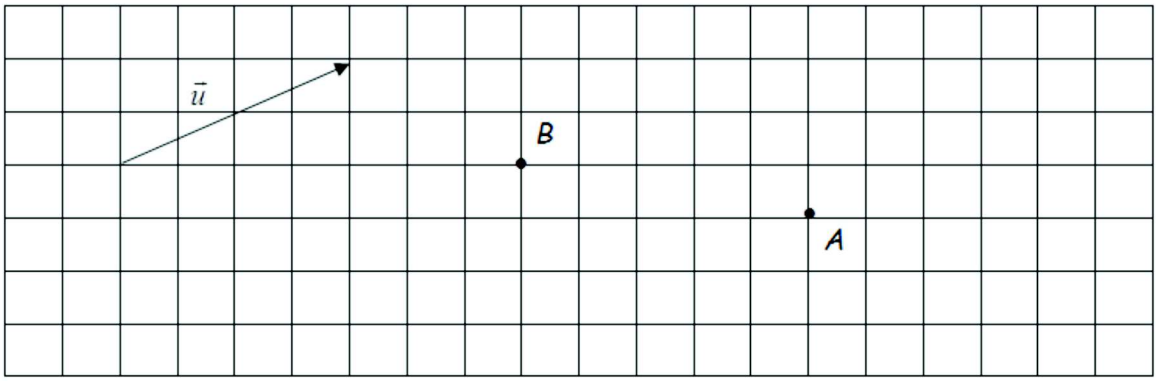
Dans un plan quadrillé, on considère un vecteur $\vec{u}$. Les points A et B sont donnés.

1) Placer les points C, D et E tels que :

$\overrightarrow{AC}$ a même direction et même sens que $\vec{u}$, sa norme est égale à la moitié de celle de $\vec{u}$.

$\overrightarrow{AD}$ a même direction que $\vec{u}$, est de sens contraire à $\vec{u}$ et sa norme est égale au double de celle de $\vec{u}$.

$\overrightarrow{BE}$ a même direction que $\vec{u}$, est de sens contraire à $\vec{u}$ et sa norme est égale au trois quart de celle de $\vec{u}$.



⇨ **Que constate-t-on ? :**

- *sur les vecteurs* : ……
  ……
- *sur les points* A, C et D : ……
- *sur les droites* (BE) et (AC) : ……

2) En fait, on peut écrire les vecteurs $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BE}$ en fonction de $\vec{u}$; compléter :

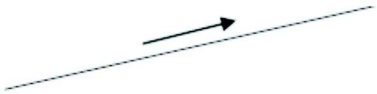
$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u}$ $\overrightarrow{AD} = -2\vec{u}$ $\overrightarrow{BE} =$ ……

⇨ **Définition 1 :** *Soit $\vec{u}$ un vecteur différent du vecteur nul et k un réel non nul.*

……

1. si *k>0*, alors……

   ……



2. ***si k<0, alors*** : ……

② **<u>Construction à l'aide d'un parallélogramme</u>** :

Placer, dans le même repère que précédemment, le point X(-3 ; 1).
Construire les points Y et Z tels que $\overrightarrow{XY} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{XZ} = \vec{v}$.
Construire le point T tel que XYTZ soit un parallélogramme.
Tracer le vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ en prenant X comme origine de ce vecteur.

⇨ **Conclusion** : $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{.....}$, ...

Trouver les coordonnées du point D tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$. Que peut-on en déduire du point D ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les points R(2, 0), P(10, 0), A(5, -3) et B(-1, 1)
Placer les points R, P, A et B dans le repère
Trouver les coordonnées du point C tel que : $\overrightarrow{RC} = \overrightarrow{CP}$. Que peut-on en déduire du point C ?

Colinéarité

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne les vecteurs $\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$
Trouver une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$
Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{OP}$?
Que peut-on déduire des points M, N, O, P ?

⇨**Propriétés** :

- Si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, alors **l'opposé du vecteur** $\overrightarrow{AB}$ est : .....
- **Différence de deux vecteurs** : .....

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J)
Placer les points C(1, 1), D(5, 3), E(2, -2) et F(-1, 4) dans le repère
A l'aide des instruments, vérifier que les droites (CD) et (EF) sont perpendiculaires.
Calculer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{EF}$
Calculer la somme des produits des abscisses et des ordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$
Que peut-on en déduire des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$

Distance et Norme

➢ Comparer AB et AD

Droites parallèles

Dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A(2, -2), B(0,-4) et D(4, 5) et E(0,-1)

a) Trouver les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$

b) Quelle est la position de (AB) par rapport à (DE) ?

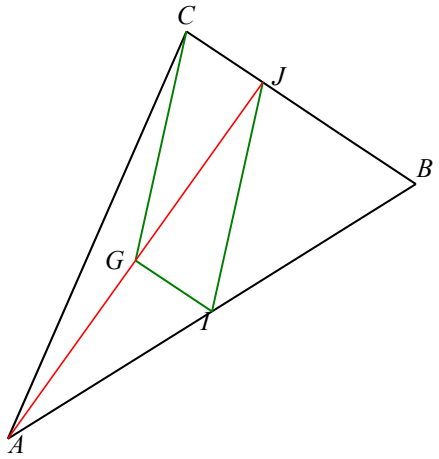
c) Soient (x ; y) et (x' ; y') les coordonnées respectives de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$. Calculer $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$. Que peut-on en déduire ?

Prouver qu'un point est un milieu :

ABC est un triangle quelconque.
Le point *I* est le milieu de $[AB]$ et *J* est le point tel que : $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

1) Construire le point *G* tel que *JCGI* soit un parallélogramme.

2) Montrer que *G* est le milieu de $[AJ]$



……

……

⇨ **Définition 2 :**

Deux vecteurs non nuls sont ***colinéaires*** *si et seulement si*

……

✓ *Autrement dit, deux vecteurs non nuls* $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ *sont colinéaires*

……

✓ *Ainsi, deux vecteurs non nuls sont colinéaires si et seulement si*

……

⇨ **Remarque :** Pour tout vecteur $\vec{u}$, on a $\vec{0} = 0\vec{u}$. Par convention, on dit que :

……

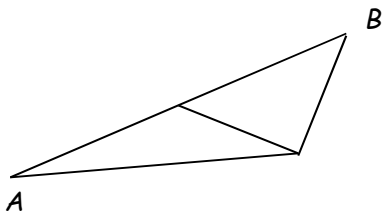
⇨ **Milieu d'un segment :**

Théorème 3 :

Le milieu I du segment $[AB]$ est caractérisé par l'une des propriétés suivantes :

① ..... ② .....

③ Pour tout point M du plan, ...



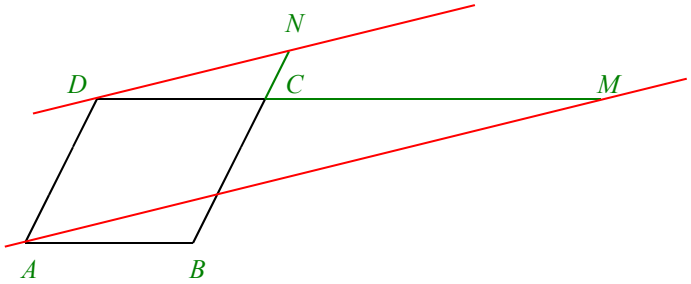
<u>Montrer un parallélisme en utilisant la colinéarité</u> :

$ABCD$ est un parallélogramme.

M et N sont définis tels que :

$\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Montrer que les droites (AM) et (DN) sont parallèles.



.....

.....

.....

.....

.....

Vérification des acquis

① **<u>Placer un point défini par une égalité vectorielle</u> :**

☞ **<u>sur une droite</u> :**

A et B sont deux points d'une droite tels que $AB = 2$ cm

1) Placer à l'aide d'*une règle et d'un compas* les points C, D, E, F et G tels que :

$\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{GC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

A B

Déterminer les longueurs AC, AD, AE, DF et GC :

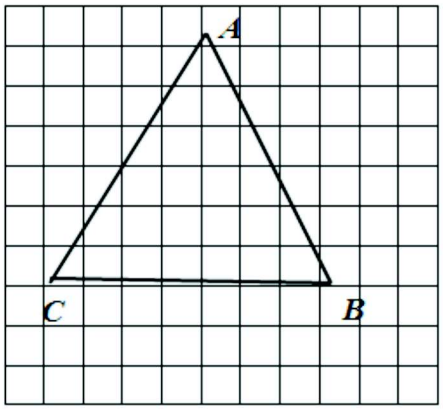
.....

.....

3) Etudier le sens des vecteurs :

……

……



☛ **Dans un plan** :

Soit ABC un triangle.

Construire les points E et F tels que :

$\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

……

……

⇨**Propriétés** :

Quels que soient les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et les réels k et k' :

- ……
- ……
- ……

Déterminer le réel k :

A, B et C sont trois points tels que : $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm et $B \in [AC]$

Déterminer le réel k tel que : $\overrightarrow{BA} = k\overrightarrow{BC}$

……

→ Définir le réel k par lecture graphique

→ Construction de points par multiplication d'un vecteur par un réel

3 Le plan est muni d'un repère. On considère les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1 \\ x+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 6-y \\ 3 \end{pmatrix}$, Calculer x et y pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.

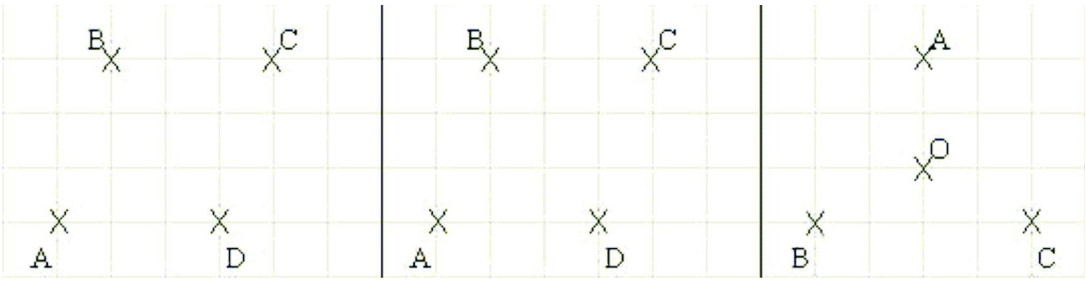
4 . Le plan est muni du repère (O, I, J). On considère les vecteurs $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ON} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \end{pmatrix}$

a) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OC}$ tel que $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{ON}$?

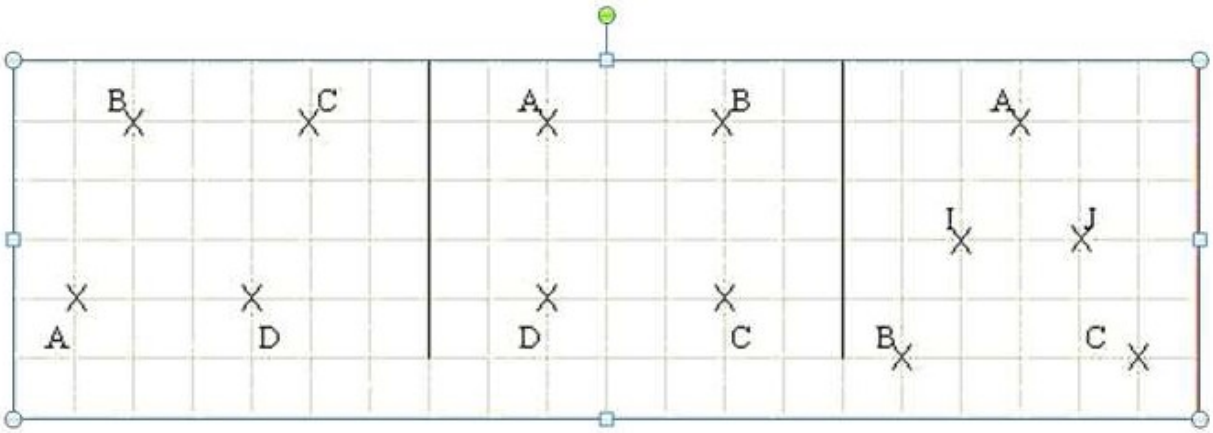
b) Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OK}$ tel que $\overrightarrow{OK} = 2\overrightarrow{OM}$?

c) Démontrer que $\overrightarrow{OM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{ON}$.

1. Dans chaque cas, exprimer la somme demandée en n'utilisant que les lettres indiquées sur la figure.



$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \square$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \square$ $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA} = \square$



$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \square$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \square \times \square$ (nombre x vecteur). $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CB} = \square$

1. Calculer avec des vecteurs :

:t $\vec{j}$ étant deux vecteurs donnés, on considère les vecteurs suivants :

$\vec{u} = \frac{2}{5}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j}$ $\quad\quad$ $\vec{v} = \frac{3}{5}\vec{i} - \frac{5}{3}\vec{j}$ $\quad\quad$ $\vec{w} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j}$

culer le vecteur $\vec{u} + \vec{v} + 2\vec{w}$; en déduire que $\vec{u} + \vec{v}$ est colinéaire à $\vec{w}$.

……

……

……

Traces écrites

La somme ou la différence de deux ou plusieurs vecteurs est un vecteur

Le produit d'un réel par un vecteur est un vecteur

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont même abscisse et même ordonnée.

Pour A et B deux points du plan de coordonnées respectives

(x_A, y_A) et (x_B, y_B), les coordonnées du vecteur $\vec{AB}$ sont :

$x_B - x_A$ et $y_B - y_A$ c'est-à-dire : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Abs.extrémité} - \text{Abs.origin} \\ \rightarrow \text{Ord.extrémité} - \text{Ord.origin} \end{matrix}$

Si un point K est milieu d'un segment [AB] avec A(x_A, y_A) et B(x_B, y_B) alors alors, K a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_B + y_B}{2}\right)$ C'est-à-dire : $\left(\frac{\text{sommedesabcisses}}{2} ; \frac{\text{sommedesordonnees}}{2}\right)$

Deux vecteurs non nuls $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires si et seulement si il existe un réel t tel que $\vec{U} = t\,\vec{V}$

Deux vecteurs non nuls de coordonnées respectives (x, y) et (x', y') sont orthogonaux si et seulement si xx' + yy' = 0

- A et B étant deux points du plan. Si A et B est la norme du vecteur c'est-à-dire $\underbrace{d(A,B) = AB}_{} = \underbrace{\|\vec{AB}\|}_{} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

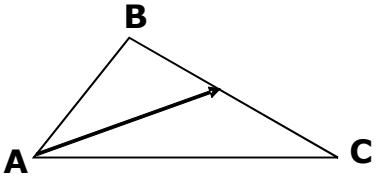
Distance des points A et B

norme du vecteur $\vec{AB}$

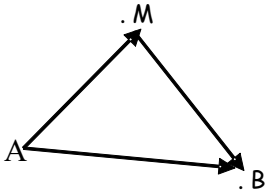
A et B étant decoordonnées respectives (x_A, x_B) et (y_A, x_B). La distance des points A et B est la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

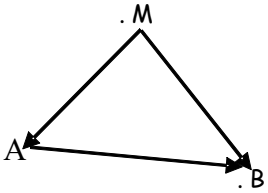
Exercices d'approfondissement

1. On donne la figure suivante. Ecrire de deux manières différentes le vecteur $\overrightarrow{AI}$ comme somme puis comme différence de deux vecteurs.

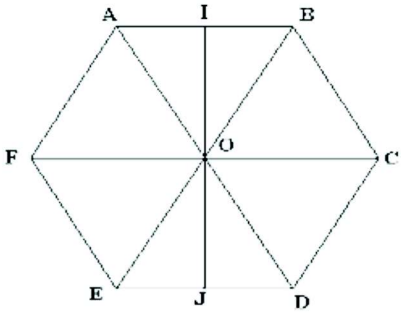


2. Utiliser les figures I et II pour calculer ou remplacer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ par une somme ou par une différence de deux vecteurs.





3. On considère un hexagone régulier ABCDEF de centre O, et I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [ED].



En utilisant les lettres de la figure, citer :

a) deux vecteurs égaux

b) deux vecteurs colinéaires de sens contraire et normes distinctes.

c) deux vecteurs colinéaires de même sens et de normes différentes.

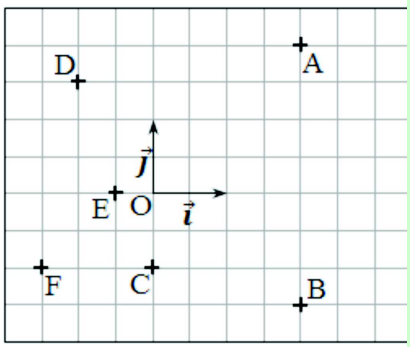
d) deux vecteurs orthogonaux.

e) deux vecteurs non colinéaires et de même norme.

f) deux vecteurs opposés.

g) deux vecteurs non colinéaires et de normes distinctes.

4. Donner les coordonnées dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ des points A, B, C, D, E et F représentés ci-contre. Exprimer $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{OD}$; $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.



.....

.....

5. On considère les points A(1 ; 3), B(2 ; 1), C(3 ; 5).
   - Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$
   - Même question avec A(6 ; 3), B(-5 ; -7), C(4 ; 5).

6. On considère les points A(2 ; 1), B(-2 ; 3) et C(-1 ; -1).
   Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$

7. Déterminer les coordonnées du milieu I de [AB] dans les cas suivants :
   a) A(1 ; 4) et B(3 ; 2) b) A(-1 ; 3) et B(5 ; 2) c) A(-2 ; -3) et B(-3 ; 3).

8. On considère les points A(-3 ; 4) et I(2 ; -4)Déterminer les coordonnées de B tel que I soit le milieu de [AB].

9. ABCD est un parallélogramme. M est un point du plan. Démontrer les égalités suivantes :

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{DM}$$

$$\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{CM}$$

10. BCD est un tétraèdre, tel que AB = CD = a. On appelle I, J, K et L les milieux respectifs de [AD], [BC], [AC] et [BD].
    - Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{IJ}$ et que $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{KL}$.
    - Montrer que (IJ) et (KL) sont sécantes et orthogonales.
    - Quelle est la nature du quadrilatère IKJL ? Calculer la longueur de ses côtés en fonction de a.
    - Trouver une condition nécessaire et suffisante pour que IKJL soit un carré.

• ***Étape 1* : Choix d'une équation** On considère l'équation (E_1) car le coefficient devant l'inconnue y est - 1. On exprime y en fonction de x dans l'équation (E_1).	$3x - 1 \times y = -18 \quad (E_1)$ D'après l'équation (E_1), on obtient : $3x + 18 = y$
• ***Étape 2* : Substitution** Dans l'autre équation, on remplace y par $3x + 18$. On obtient une nouvelle équation	$2x + 5y = 5$ $2x + 5(3x + 18) = 5$ (E_2)

• ***Étape 3*** **: Résolution de l'équation obtenue** On résout cette équation pour obtenir la valeur de x.	$2x+15x+90=5$ $17x+90=5$ $17x=-85$ $x=-5$
• ***Étape 4*** **: Détermination de l'autre inconnue** On remplace x par – 5 dans l'expression $y = 3x + 18$ et on en déduit la valeur de y.	$y=3\times(-5)+18$ $y=-15+18$ $y=3$
• ***Étape 5*** **: Vérification dans chaque équation (E_1) et (E_2)**	$\begin{cases}3\times(-5)-3=-15-3=-18 & (E_1)\\ 2\times(-5)+5\times3=-10+15=5 & (E_2)\end{cases}$
• ***Étape 6*** **: Conclusion La solution du système (S) est le couple (– 5 ; 3).**	

a) Résolution du système par élimination d'une inconnue

Exemple : On considère le système (T) $\begin{cases}5x-2y=-19 & (E_1)\\ -4x+6y=24 & (E_2)\end{cases}$.

• ***Étape 1*** **: Choix des coefficients multiplicateurs** **Pour obtenir des coefficients opposés de x ou de y.** On multiplie les deux membres de l'équation (E_1) par 3. On ne modifie pas l'équation (E_2).	$15x-6y=-57 \quad 3\times(E_1)$ $-4x+6y=24 \quad 1\times(E_2)$ Les coefficients de y sont opposés.

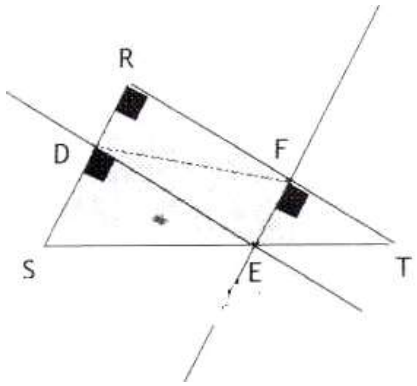
• ***Étape 2*** **: Élimination d'une inconnue** On ajoute membre à membre les deux équations obtenues. Ceci permet d'éliminer l'inconnue y.	$15x-6y=-57 \quad 3\times(E_1)$ $+\ -4x+6y=24 \quad 1\times(E_2)$ $11x + 0y = -33$
• ***Étape 3*** **: Résolution de l'équation obtenue** On résout cette équation pour obtenir la valeur de x.	$11x = -33$ $x = -3$
• ***Étape 4*** **: Détermination de l'autre inconnue** On remplace x par la valeur trouvée dans l'équation (E_1) ou dans l'équation (E_2).	$5\times(-3)-2y=-19 \quad (E_1)$ $-15-2y=-19$ $-2y=-4$ $y=2$
• ***Étape 5*** **: Vérification dans chaque équation (E_1) et (E_2)**	$\begin{cases}5\times(-3)-2=-15-4=-19\\ -4\times(-3)+6\times2=12+12=24\end{cases}$
• ***Étape 6*** **: Conclusion La solution du système (T) est le couple (– 3 ; 2).**	

NOTION DE FONCTIONS

ACTIVITES

Des variations (1)

On considère le triangle RST rectangle en R avec RS = 5 cm et RT= 9 cm.
E est un point du segment [ST]. D est le point d'intersection de [RS] et de la perpendiculaire à (RS) passant par E. F est le point d'intersection de [RT] et de la perpendiculaire à (RT) passant par E. On s'intéresse à la longueur du segment [DF].



1) À partir d'une figure

a. Faire une figure. Obtient-on la même figure que celles de tes camarades ? Décrire les similitudes et les différences des figures obtenues.

b. De quoi dépend la longueur du segment [DF] ?

2) Avec Instruments de géométrie

a. Construire la figure ci-dessus et faire afficher la longueur DF. Déplacer le point E. Que remarque-t-on ?

b. Quelles sont les valeurs possibles de SE ?

c. En faisant afficher également la longueur SE, recopier et complèter le tableau suivant.

SE en cm	0	0,45	1,3	1,6	1,95	2,45	2,95	3,87		
DF en cm									4,72	9

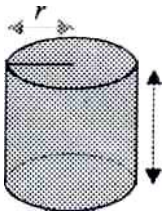
a. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

b. À chaque valeur de SE, combien de valeurs de DF peut-on associer ? À chaque valeur de DF, combien de valeurs de SE peut-on associer ?

Activité 2

Des variations (2)

On considère un cylindre de hauteur e h et dont la base a pour rayon r (en dm).



1) Établir la formule donnant le volume de ce cylindre en dm^3.
   De quelle(s) grandeur(s) dépend ce volume ?

2) On suppose que r = 5dm.

   En utilisant un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calculer le volume de ce cylindre pour les valeurs de h allant de 0 à 10 dm avec un pas de 0,5.

   Insérer ensuite un graphique de type « ligne » représentant les valeurs du tableau.

3) Or, suppose maintenant que h - 18 dm.

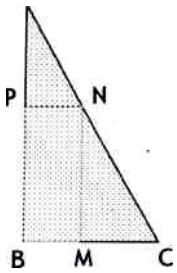
   En utilisant un tableur et en présentant sous forme d'un tableau, calcule le volume de ce cylindre pour les valeurs de r allant de 0 à 5 dm avec un pas de 0,2. Insérer ensuite un graphique de type « ligne » représentant les valeurs du tableau.

Activité 3

Quelles sont les différences et les similitudes des situations des deux questions précédentes ?

Des variations (3)

Dans le triangle ABC rectangle en B ci-contre : AB = 10 cm et BC = 5 cm. M est un point du segment [BC]. P et N sont les points des segments [AB] et [AC] tels que BMNP soit un rectangle.



1) À partir d'une figure

a. Faire une figure en choisissant une position du point M sur [BC]. En mesurant les longueurs utiles, évaluer le périmètre et l'aire de BMNP.
   A-t-on obtenu les mêmes valeurs que tes camarades ?

1) Le périmètre

a. Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant un tableur

x en cm	0,5	0,8	1	1,3	1,9	2,7	3,5	4	4,2	4,8
Périmètre de BMNP en cm										

b. Représenter les valeurs de ce tableau sur un graphique ; les valeurs de *x* en abscisse et les valeurs correspondantes du périmètre en ordonnée.

c. Que peut-on remarquer? Est-ce une situation de proportionnalité ? Dans la feuille de calcul précédente, insérer à partir du tableau un graphique de type « ligne ».

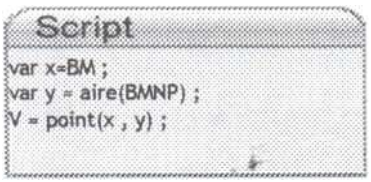
2) L'aire

a. Construire un tableau donnant les valeurs de l'aire (en cm^2) pour les valeurs de *x* (en cm) allant de 0,5 à 4,5 avec un pas de 0,5.

b. Sur une feuille de papier millimétré, représenter les valeurs de ce tableau sur un nouveau graphique sur lequel on mettra cette fois-ci les valeurs de l'aire en ordonnée.
On prendra sur les axes des abscisses et des ordonnées 2 cm pour 1 unité, en plaçant l'origine du repère en bas à gauche de la feuille.

c. Peut-on prévoir, à l'aide du graphique, l'aire de BMNP lorsque *0 1,8? Combien semble-t-il y avoir de positions possibles de M telle que l'aire de BMNP soit égale à 9 cm^2 ? Même question avec 15 cm^2.

d. Construire avec tes instruments de géométrie la figure initiale et faire apparaître le repère. Compléter le script de la figure en créant deux «variables» puis un point V comme le montre l'image ci-contre. En demandant la trace du point V, déplacer le point M sur le segment [BC], Décrire ce qu'on obtient.

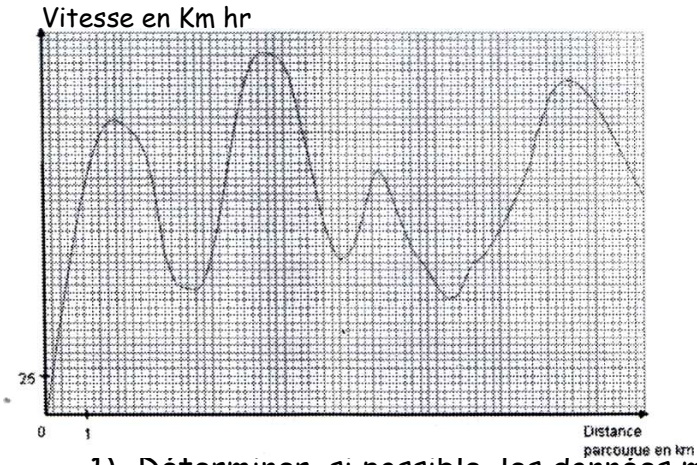


Activité 4

Peut-on calculer les deux expressions littérales obtenues dans cette activité pour $x = -5$? Avec un graphique.

Sur un circuit de 13,2 km, un pilote réalise des essais d'une nouvelle voiture de course. Des capteurs placés sur le circuit mesurent la vitesse au moment du passage de la voiture, ces vitesses sont notées dans le tableau ci-dessous. D'autre part, un enregistreur placé à bord de la voiture donne la vitesse en fonction de la distance parcourue sous forme du graphique ci-dessous.

Capteur n°...	1	2	3	4	5	6	7	8
Distance parcourue depuis la ligne de départ en km	0,8	2	2,8	4,6	7,2	9,4		13
Vitesse mesurée en km-h^{-1}	125	196	144	...	113	»»»	200	...



1) Déterminer, si possible, les données manquantes dans le tableau.
2) Placer sur le graphique les points qui représentent les données du tableau. Que peut-on dire de ces points ?
3) Quelle est la vitesse mesurée après 6 km parcourus ? Peut-il y avoir plusieurs réponses ?
4) La vitesse est-elle fonction de la distance parcourue ? Justifier la réponse.
5) Quelle est la vitesse maximale atteinte ? La vitesse minimale?
6) À quelle vitesse la voiture est-elle repassée sur la ligne de départ au bout d'un tour ?
7) En quels endroits du circuit la voiture roulait-elle à 160 km-h^{1} ?
8) La distance parcourue est-elle une fonction de la vitesse de la voiture ?
9) Représenter sur un graphique identique et à partir du premier kilomètre, le

Activité 5

Optimiser

Avec une plaque de carton rectangulaire de 8 dm par 10 dm, en découpant quatre carrés identiques, on obtient le patron d'une boîte (sans couvercle !). On veut trouver la dimension des carrés à découper pour obtenir une boîte dont le volume sera maximum. On appelle x la longueur du côté des carrés en décimètre.

1) Quelle est la plus grande valeur possible de x ?

   Le volume de la boîte est-il maximum pour cette valeur ?

2) Exprimer en fonction de x la surface du « fond » de la boîte (partie hachurée) puis en déduire l'expression du volume $V(x)$ de la boîte en fonction de x.

3) Avec un tableur, construire un tableau de valeurs du volume V pour une dizaine de valeurs choisies de x. Décrire l'évolution de ce volume suivant les valeurs de x.

4) Dans la même feuille de calcul, insérer un graphique de type « ligne» représentant les valeurs de ton tableau (les valeurs du volume en ordonnée).

   Ce graphique confirme-t-il la description précédente ? Le problème posé semble-t-il avoir une solution ?

5) En affinant les valeurs choisies dans un tableau et en utilisant de nouveaux graphiques, donner une valeur approchée à 10^{-3} près de la valeur de x cherchée.

Activité 6

Les dimensions du rectangle

On cherche les dimensions *L* et *I* d'un rectangle dont le périmètre est 14 m et l'aire 11 m^2.

1) Faire quelques essais pour trouver les valeurs de *L* et *I*. Que peut-on penser du problème posé ?

2) **Equation (s)**

   a. Écrire les deux relations qui lient *L* et *I* et déduis-en que *L* et *I* sont solutions de l'équation $x^2 - 7x + 11 = 0.$

   b. Entre quels nombres se trouvent *L* et *I* nécessairement ?

3) **Soit** $E(x) = x^2 - 7x + 11$

   a. Recopier et complèter le tableau de valeurs suivant.

x	– 1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
E(*x*)										

   b. Représenter graphiquement ce tableau de valeurs à l'aide d'un tableur.

   c. Utiliser ce graphique pour donner deux valeurs approchées de *x* telles que *E*(*x*) = 0.
   En affinant les valeurs du tableau, donner des valeurs approchées au centième.

4) Quelles sont les dimensions approchées du rectangle ?

Méthodes et notions essentielles

Méthode 1

Déterminer l'image ou un antécédent d'un nombre par une fonction définie par un tableau

Exemple 1 : On donne un **tableau de valeurs** de la fonction *h*. Quelle est **l'image** de 8 par la fonction *h* ? Trouver un **antécédent** de - 125.

x	- 5,25	-3	-1,75	0	2	5,5	8
$h(x)$	- 358	-125	3	7	12,5	3	20

La deuxième ligne du tableau donner l'image de chaque nombre de la première ligne par la fonction *h*.

Pour trouver l'image de 8 : on cherche 8 sur la première ligne du tableau et on lit son image sur la deuxième ligne ; l'image de 8 est 20 et on écrit $h(8) = 20$. On peut également noter $h : 8 \mapsto 20$.

Pour trouver le (ou les) antécédent (s) de - 125 : on cherche - 125 sur la deuxième ligne du tableau et on lit le (ou les) antécédent (s) sur la première ligne : un antécédent de - 125 est - 3 et on écrit $h(-3) = -125$

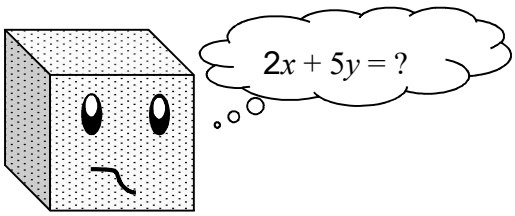
(ou $h : -3 \mapsto -125$).

Exercice « Phase de jeux »

La fonction *p* est définie par le tableau suivant.

x	- 10	-3	-1	0	1,5	2,5	5	6	8
$p(x)$	-5	-1	0	1,5	4,25	8	0	-3	-6

Déterminer l'image de – 10 puis l'image de 2,5. Déterminer le (ou les) antécédent (s)



Méthode 2 :

On en déduit que l'image de - 1 par la fonction *f* est environ 2 donc $f(-1) \approx 2.$

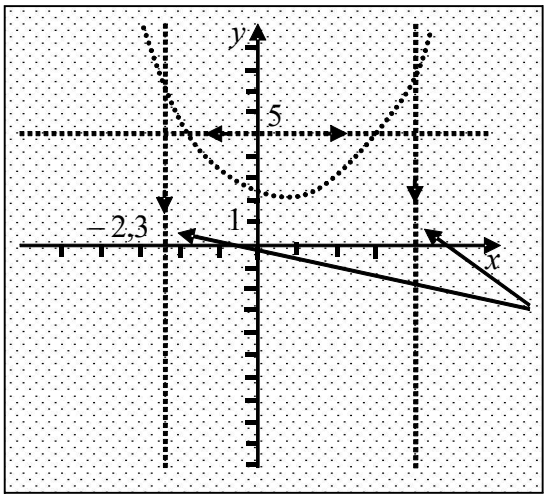
Exercice « Phase de jeux »

2) Avec la courbe de la fonction précédente, quelle est l'image de $\frac{1}{3}$? Peut-on obtenir une valeur exacte? Quelle est l'image de 0 ? A quoi cela correspond-il graphiquement ?

Exemple 2 : On donne la courbe d'une fonction ***g***. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de **5**.

On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0 ; 5).

On trace la (ou les) droite(s) parallèle(s) à l'axe des ordonnées passant par le(s) point(s) d'intersection de la courbe et de la droite précédente.



Ces parallèles (deux, ici) coupent l'axe des abscisses approximativement aux points de coordonnées (4:0) et (-2,3 ; 0).

Donc 5 a deux antécédents par la fonction *g* qui sont, environ, 4 et - 2,3.

On écrit $g(4) \approx 5$ et $g(-2{,}3) \approx 5.$

Exercice « Phase de jeux »

A l'aide de la courbe de la fonction ***g***, détermine le (ou les) antécédent(s) de – 4.

A-t-on obtenu des valeurs exactes ? Même question pour – 9.

Méthode 3 :

Déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule

Exemple : Soit la fonction $f : x \mapsto 3x^2 - 7x + 12.$ Quelle est l'image de – 5 ?

2 10 par la fonction *f* signifie qu'au nombre 2, la fonction associe le nombre 10. On dit que 10 est **l'image** de 2 par la fonction *f* et on note *f*(2) = 10.

$x \mapsto 3x^2 - 7x + 12$ signifie qu'à tout nombre, ici noté *x*, la fonction *f* associe un unique nombre qui se calcule avec cette formule: $3x^2 - 7x + 12.$ On dit que **l'image** de *x* par la fonction *f* est $3x^2 - 7x + 12.$ et on note aussi $f(x) = [3x^2 - 7x + 12.$

Calcul de l'image de – 5 par *f* avec $f(x) = [3x^2 - 7x + 12.$

$f(-5) = 3 \times (-5)^2 - 7 \times (-5) + 12 \mapsto$ On remplace *x* par – 5.

$f(-5) = 75 + 35 + 12 \mapsto$ On calcule.

$f(-5) = 122$

Donc l'image de - 5 par la fonction *f* est 122. On écrit aussi *f*(–5) = 122

Exercice « Phase de jeux»

4. Soit la fonction *I* telle que $I(-2) = 12$ et *I*(7) = 15.

a. Peut-on trouver l'image de - 5 ?

b. Traduire cette phrase : « L'image de - 8 par la fonction / est 15. » par une égalité.

5. La fonction *h* est définie par la formule $h(x) = 3 \times (5x^2 - 2).$ Calculer l'image de – 2,5 ; de 20 puis de 0.

FONCTIONS LNÉAIRES ET AFFINES

Activité 1

Chez un fromager, on peut lire sur l'étiquette d'un morceau de fromage : sa masse 0,8 kg et son prix 12 gdes.

a. Calculer le prix de 100 g de ce fromage de plusieurs façons différentes. Calculer le prix de 0,9 kg de plusieurs façons différentes.

b. Quelle est la masse d'un morceau coûtant 18 gdes ? Trouver plusieurs

2. Avec une fonction

a. Trouver une fonction f pour laquelle, si p gdes représente le prix d'un morceau de fromage et m kg sa masse alors $f(m) = p$.

b. Traduire les calculs effectués dans les questions **a.**, **b.** et **c.** de la partie **1** à l'aide de cette fonction et en utilisant le vocabulaire «image» et « antécédent ».

c. Quelle est l'image de $\frac{4}{7}$ par? Calculer $f(-3)$. Déterminer l'antécédent de 2.

d. Comparer $f(4)$ et $5 \times f(0,8)$ puis $f(1,2)$ et $f(0,8) + f(0,4)$. Illustrer tes réponses en utilisant la situation de la question **1**. Quelles conjectures peut-on faire ?

3. Dans le cas général

a. Soit g la fonction définie par $g(x) = ax$ où a est un nombre non nul donné. (On dit que g est une fonction linéaire et a s'appelle son coefficient.) Démontrer que, pour tous nombres x_1, x_2, x et k, $g(x_1 + x_2) = g(x_1) + g(x_2)$ et $g(k \times x) = k \times g(x)$.

b. On dit que h est une fonction linéaire et que $h(5) = 7$. En utilisant les propriétés précédentes, calcule :

- $h(6)$ (On peut remarquer que $6 = \frac{6}{5} \times 5$) ;
- $h(11)$ (de deux façons !)

Augmentation, diminution

1. Un magasin augmente tous ses prix de 8 %.

   a. Calculer le prix après augmentation d'un article qui coûtait initialement 28,25 gdes. Un autre article coûte après augmentation 52,38 gdes. Quel était son prix initial ?

   b. Si p_1 gdes représente le prix d'un article avant cette augmentation et p_2 gdes son prix augmenté, détermine la fonction qui, au nombre p_1, associer le nombre p_2.

   c. Que peut-on dire de cette fonction ?

   d. Quelle est l'image de 28,25 par cette fonction ? L'antécédent de 52,38 ?

2. La population d'un village a diminué de 15 % en trente ans. Il compte aujourd'hui 289 habitants. Quelle était sa population il y a trente ans ?

Activité 3

Bande de papier

On considère une bande de papier rectangulaire de dimensions 4 cm et /cm. On s'intéresse aux variations de son périmètre en fonction de ses dimensions.

1. **Recopier et compléter le tableau suivant.**

Valeurs de / en cm	0,5	1	2,5	4	6		10
Valeurs du périmètre en cm						25	

Quel(s) calcul(s) permet (ent) de passer des valeurs de / en centimètres aux valeurs du périmètre en centimètres ? Que peut-on dire de ce tableau ?

2. Avec une fonction

Si l cm représente la deuxième dimension de la bande de papier et p cm son périmètre, détermine la fonction f telle que $f(I) = p$. Cette fonction est-elle une fonction linéaire ? Justifier la réponse.

Quelle est l'image de 2,5 par f ? Que vaut $f(10)$? Calculer $f\left(\frac{7}{3}\right)$; $f(-5)$.

Quel est l'antécédent de 25 ? Déterminer celui de - 3.

Comparer $f(10)$ et $4 \times f(21,5)$ puis $f(10)$ et $f(4) + f(6)$

3. **Variations du périmètre**

On pourra construire une bande de papier de largeur 4cm et de longueur suffisante pour aider à répondre aux questions suivantes.

a. On suppose que $I = 5$ cm. Calculer le périmètre de la bande de papier.

- On augmente I de 3cm. Le périmètre augmente-t-il ou diminue-t-il ? De combien ? Et si I augmente de 4 cm ?
- On enlève 2cm à I. Le périmètre augmente-t-il ou diminue-t-il ? De combien ?

b. Reprendre la question a. avec cette fois-ci $I = 12,5$ cm.

c. Que constate-t-on pour la variation du périmètre lorsqu'on a

$I_1 - I_2$	0	1	1,5	3	4	-1	-2
$p_1 - p_2$							

Que peut-on dire de ce tableau ? Justifier la réponse.

1. Accroissement

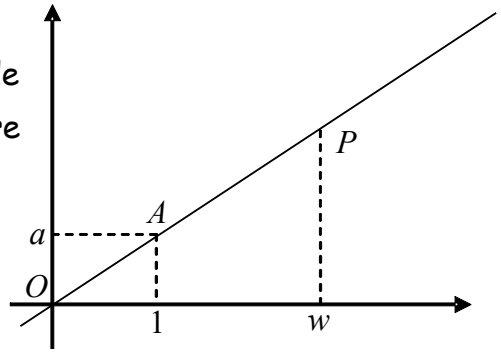
f étant la fonction établie dans la question 2. x_1 et x_2 étant deux nombres quelconques, exprimer $f(x_1) - f(x_2)$ en fonction de $x_1 - x_2$. Que peut-on Conclure.

Activité 4.

1) On considère la fonction g définie par $g(x) = 3x$.
   a. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant.
   b. Sur une feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal et placer tous les points de coordonnées $(x;\ y)$ avec $y = g(x)$ qu'on a obtenus grâce au tableau de la question précédente. Que constate-t-on ? Pouvait-on prévoir ?

2) Cas général

On considère maintenant une fonction linéaire f de coefficient a (a est un nombre non nul), bans un repère orthogonal d'origine O, on considère le point $A(1\ ;\ a)$.



(Schéma réalisé pour a positif)

   a. Démontrer que si un point M de coordonnées $(r\ ;\ s)$ appartient à la droite (OA) alors $s = f(r)$.
   b. Le point P ci-contre a pour coordonnées $(w\ ;\ aw)$. Est-il bien placé ? Justifier la réponse. (On pourra utiliser le résultat démontré à la question précédente.)

3) Coefficient

   a. Lorsque le coefficient d'une fonction linéaire est négatif, que peut-on dire de la direction de sa droite représentative ?
   b. Représenter, dans un repère orthogonal, la fonction h telle que $h(x) = \frac{4}{3}x.$ Justifier et illustrer sur le graphique la phrase : « Lorsque la différence entre les abscisses de deux points de la droite représentative de h est 3, la différence entre les ordonnées est 4. ».
   c. Dans un repère orthonormé, quel lien y a-t-il entre le coefficient de la fonction linéaire et l'angle que fait la droite représentative avec l'axe des abscisses ?

Activité 7

Système d'équations

On considère le système d'équation $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$.

1) Montrer que si le couple de nombre (r ; s) est solution de la première équation alors $s = f(r)$ où f est une fonction que l'on précisera.
2) Montrer que pour tout couple de nombre (u ; v) solution de la deuxième équation, $v = g(u)$ où g est une fonction que l'on précisera.
3) Avec la représentation graphique
   a. Représenter graphiquement les fonctions f et g dans un même repère orthogonal.
   b. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
   c. Que peut-on en déduire pour le système d'équation ci-dessus ?

4) Écrire deux systèmes d'équations, l'un n'ayant pas de solution. L'autre en ayant une infinité.

Méthodes et notations essentielles

1) Reconnaître une fonction affine ou linéaire, calculer l'image d'un nombre.

À connaître

On appelle fonction affine toute qui, à tout nombre noté x, associe le nombre $a\,x + b$ (c'est-à-dire $x \mapsto a \times x + b$) où a et b sont deux nombres.

On appelle fonction linéaire de coefficient a toute fonction qui, à tout nombre noté x, associe le nombre $a \times x$ (c'est-à-dire $x \mapsto a \times x$) où a est un nombre.

Remarque : Une fonction linéaire est une fonction affine particulière (cas où $b = 0$).

Exemple : Soient les fonctions f, g et h telles que $f(x) = 2x$; $g(x) = x^2 - 4$ et $h(x) = 5x - 2$. Indiquer, en justifiant, si les fonctions précédentes sont affines, linéaire ou ni l'un ni l'autre ; calculer ensuite l'image de 3 par la fonction f et celle de – 7 par la fonction h.

• $f(x) = 2x$ donc la fonction f est linéaire avec $a = 2$. • La fonction g n'est ni affine ni linéaire, car on doit élever x au carré. • $h(x) = 5x - 2$ donc la fonction h est affine avec $a = 5$ et $b = -2$.	• $f(3) = 2 \times 3$ on remplace x par 3. $f(3) = 6$ On calcule. L'image de 3 par la fonction f est 6. • $h(-7) = 5 \times (-7) - 2$ $h(-7) = -37$ L'image de – 7 par la fonction h est – 37

Exercice « Phase de jeux »

1) Indiquer, en justifiant, si les fonctions sont linéaires, affines, ou ni l'un ni l'autre.

$$f(x) = x^2 - 2; \quad g(x) = 8 - 9x; \quad h(x) = \frac{3}{x}x; \quad k(x) = (13 - 8x)^2 - 64x^2; \quad l(x) = \frac{2}{3}$$

2) Déterminer l'image de – 4 par la fonction affine h définie par $h(x) = -8x + 3$

Statistique

Moyenne d'une série statistique

a. Définitions

Un enquêteur a relevé les prix en euro d'un même produit dans 6 magasins :
6,8 6,5 6,7 6,7 6,5 6,7.
Ce relevé s'appelle une série statistique. Le prix est le caractère étudié.
Ce caractère prend ici des valeurs comprises entre 6 et 76.
En classant ces résultats par ordre croissant, on obtient une série ordonnée :
6,5 6,5 6,7 6,7 6,7 6,8.

b. Moyenne

La moyenne d'une série statistique est le produit de la somme de toutes les valeurs de la série par l'effectif total. Pour la série précédente, la moyenne est :

$$\overline{x} = \frac{6{,}5 + 6{,}5 + 6{,}7 + 6{,}7 + 6{,}7 + 6{,}8}{6} \text{ soit } \overline{x} = 6{,}65.$$

c. Moyenne pondérée

- Pour calculer cette moyenne, on peut aussi multiplier chaque valeur par l'effectif correspondant, additionner les produits ainsi obtenus et diviser par l'effectif total. Dans l'exemple précédent :

$$\overline{x} = \frac{6{,}5 \times 2 + 6{,}7 \times 3 + 6{,}8 \times 1}{(2 + 3 + 1)} \text{ soit } \overline{x} = 6{,}65.$$

On obtient ainsi la moyenne pondérée par les effectifs.

- À un examen, Julien a obtenu 14 en mathématiques et 10 en français, les notes étant sur 20. Les coefficients respectifs de ces notes sont 5 et 3. Sa moyenne pondérée par les coefficients sera : $\overline{x} = \frac{14\times5+10\times3}{(5+3)}$ soit $\overline{x} = 12{,}5.$

a. Calcul de la moyenne à partir de classes.

Lorsque la série se présente sous forme de classes, on calcule le centre de chaque classe. On multiplie le centre de chaque classe par l'effectif de celle-ci. On additionne les produits ainsi obtenus puis on divise cette somme par l'effectif total.

Exemple : Pour un échantillon de pommes :

masse en g	$130 < m \leq 140$	$140 < m \leq 150$	$150 < m \leq 160$
effectifs	20	55	25
centres	135	145	155

$\overline{x} = \frac{135\times20+145\times55+155\times25}{(20+55+25)}$ soit $\overline{x} = 145{,}5.$

La masse moyenne d'une pomme est 145,5g.

Moyenne et histogramme

Énoncé

Après la visite médicale, pour la classe de 3eA, l'infirmière a réalisé l'histogramme ci-contre.

Calculer la masse moyenne d'un élève de cette classe.

Solution

Il y a 4 élèves dont la masse est comprise entre 35 et 40 kg.

$\frac{35+40}{2} = 37{,}5.$ Le centre de cette classe est 37,5 kg.

Calculons de même le centre de chaque classe :

$\frac{40+45}{2} = 42{,}5 \quad \frac{45+50}{2} = 47{,}5 \quad \frac{50+55}{2} = 52{,}5.$

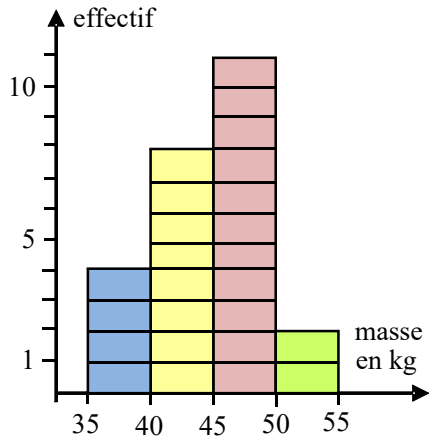
L'effectif de la classe de centre 42,5 est 8.

L'effectif de la classe de centre 47,5 et 11.

L'effectif de la dernière classe est 2.

L'effectif total est 4 + 8 + 11 + 2 soit 25.

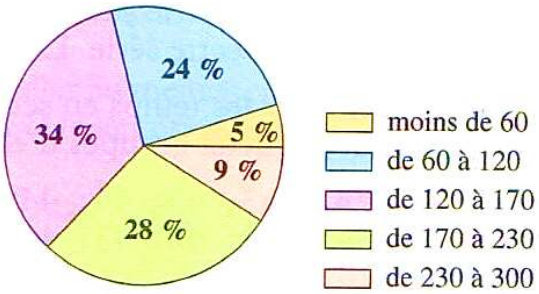
D'où le calcul de la moyenne :



Moyenne et diagramme circulaire

Énoncé

Un samedi matin, entre 10h et 11h, la direction d'un magasin réalise une enquête sur le montant des achats de clients (en €). L'analyse des relevés des caisses a permis d'obtenir le diagramme circulaire ci-contre. Calculer la moyenne de la dépense du client.



Médiane d'une série statistique

La valeur médiane d'une série statistique rangée par ordre croissant (ou décroissant) est la valeur qui partage cette série en deux parties de même effectif.

Exemples

- Voici le relevé des températures à midi sur une semaine en °C :

  18 22 19 22 24 18 23.

  En rangeant cette série par ordre croissant, on obtient :

  18 18 19 22 22 23 24.

  La valeur médiane est 22 :

  $\underbrace{18 \quad 18 \quad 19}_{\text{3 relevés}} \quad 22 \quad \underbrace{22 \quad 23 \quad 24}_{\text{3 relevés}}$

- Benoît a relevé et classé le nombre de buts par match lors d'un tournoi de foot :

  $\underbrace{1 \quad 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3}_{\text{5 matchs}} \qquad \underbrace{4 \quad 4 \quad 4 \quad 5 \quad 6}_{\text{5 matchs}}$

  La valeur médiane est $\frac{3+4}{2}$ soit 3,5.

  La médiane et la moyenne d'une série statistique sont des caractéristiques de position : les valeurs du caractère se répartissent autour d'elles.

Une caractéristique de dispersion : l'étendue

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de cette série. L'étendue rend compte de la dispersion de la série.

Exemple. Voici les temps en secondes réalisés lors d'une course, sur un même parcours, par deux groupes d'élèves *A* et *B*.

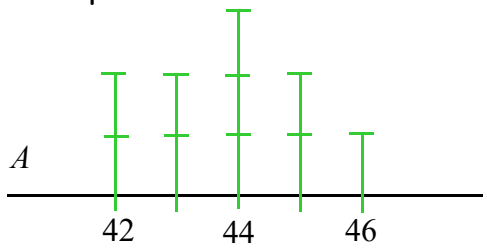
A : 42 ; 42 ; 43 ; 43 ; 44 ; 44 ; 44 ; 45 ; 45 ; 46.

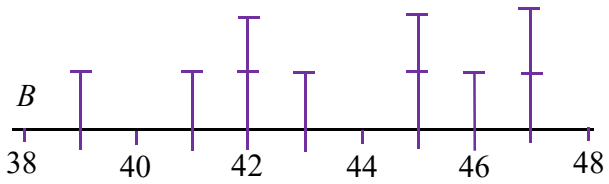
B : 39 ; 41 ; 42 ; 42 ; 43 ; 45 ; 45 ; 46 ; 47 ; 47.

L'étendue pour la série *A* est 46 – 42 = 4.

L'étendue pour la série *B* est 47 – 39 = 8.

Les temps de la série *A* sont mieux regroupés que ceux de la série *B*.



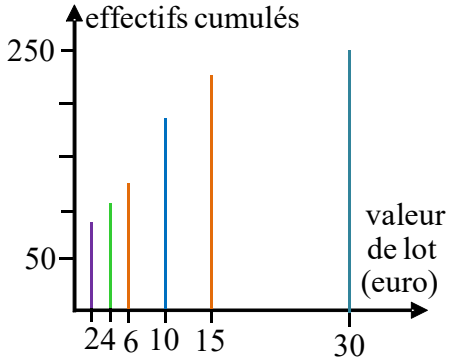


Médiane et effectifs cumulés

Énoncé

À la tombola organisée par l'association sportive « Les Hérissons de Clairefontaine », les 250 billets sont gagnants. Les lots vont de 2€ à 30€ comme indiqué par le diagramme des effectifs cumulés ci-dessous.

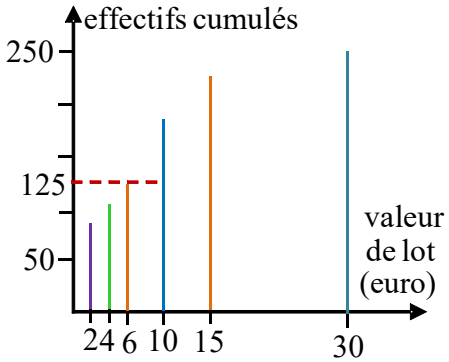
À l'aide de ce diagramme, trouver la valeur médiane de ces lots.



Solution

La moitié de l'effectif, soit 125, est atteint avec la valeur 10. En ordonnant les lots par valeur croissante, le 125e et le 126e ont une valeur de 10€. La médiane est donc 10.

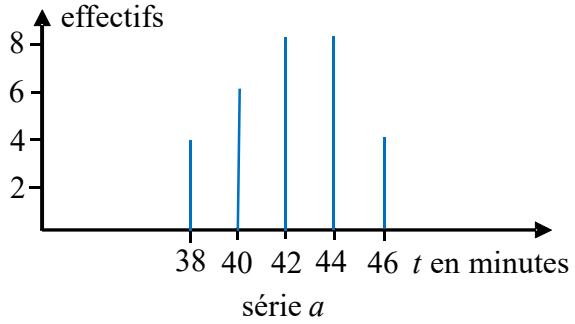
(La moyenne est 8,97€).

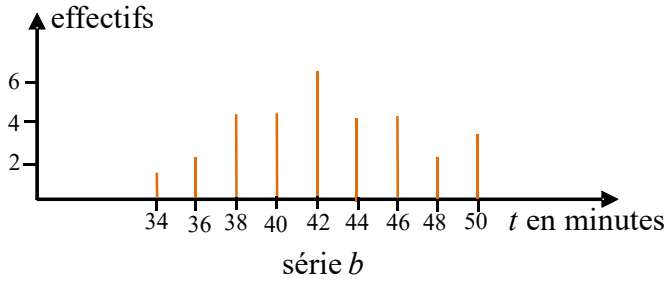


Comparaison de deux séries

Énoncé

Deux autobus *A* et *B* partent du même endroit pour aller au même terminus en prenant deux itinéraires différents. Pendant un mois, on a relevé le temps de parcours de chacun.





Comparer les performances des deux autobus.

Solution

Les étendues respectives des séries *a* et *b* sont 46 – 38 = 8 et 50 – 34 = 16.

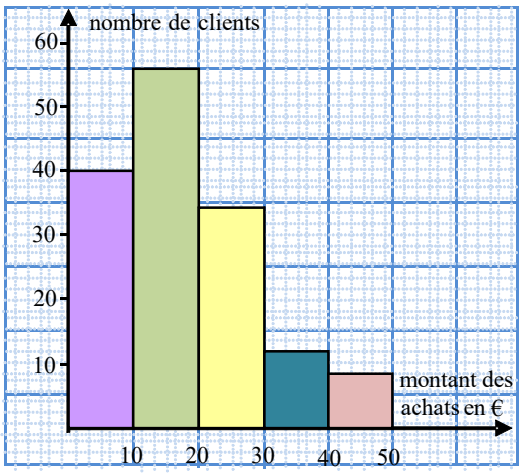
Si le bus *B* peut parfois être plus rapide que le *A*, il est aussi le moins régulier et il faut prévoir plus de temps pour être sûr d'arriver à l'heure.

Exercices

Moyenne d'une série statistique

1) D'après un exercice de brevet

Au cours d'une enquête statistique réalisée dans un magasin de proximité, on a relevé le montant des achats de 150 clients. Les résultats sont présentés par le graphique suivant.



a) Quel est le caractère statistique étudié dans cette enquête ?

b) Comment s'appelle cette représentation graphique ?

c) Combien de clients ont dépensé entre 10€ (compris) et 20€ (exclus) ?

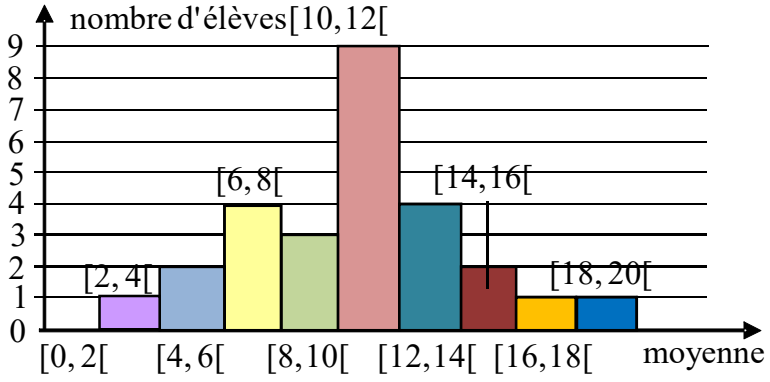
d) Recopier le tableau suivant, le compléter en utilisant la représentation graphique et en effectuant les calculs.

montants dépensés en €	Nombre de clients n_i	effectifs cumulés croissants	centres des classes x_i	Produits $n_i \times x_i$
[0 ; 10[	40	40	5	200
[10 ; 20[	56	96	15	840
totaux				

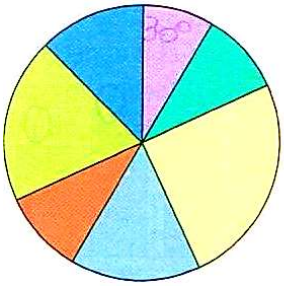
a) Calculer le montant moyen des achats effectués par le client.

b) Combien de clients ont dépensé moins de 30€ ?

1) À partir de l'histogramme ci-dessous, calculer la moyenne des notes obtenues par la classe de 3^{e}B à un contrôle de mathématiques.



2) La fréquence d'une piscine pendant une semaine est décrite par un diagramme circulaire. Le tableau donne les mesures des angles.



lundi	30°
mardi	35°
mercredi	90°
jeudi	55°
vendredi	35°
samedi	70°
dimanche	45°

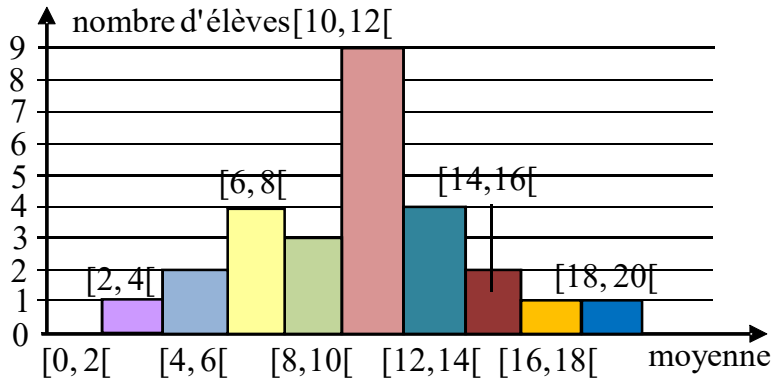
a) Sachant qu'au cours de la semaine il y a eu 864 entrées, calculer le nombre d'entrées chaque jour.

montants dépensés en €	Nombre de clients n_i	effectifs cumulés croissants	centres des classes x_i	Produits $n_i \times x_i$
[0 ; 10[	40	40	5	200
[10 ; 20[	56	96	15	840
totaux				

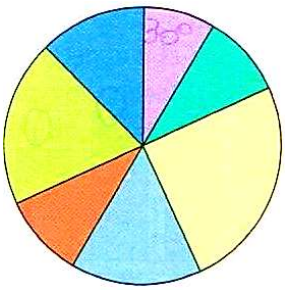
a) Calculer le montant moyen des achats effectués par le client.

b) Combien de clients ont dépensé moins de 30€ ?

1) À partir de l'histogramme ci-dessous, calculer la moyenne des notes obtenues par la classe de 3ᵉB à un contrôle de mathématiques.



2) La fréquence d'une piscine pendant une semaine est décrite par un diagramme circulaire. Le tableau donne les mesures des angles.



lundi	30°
mardi	35°
mercredi	90°
jeudi	55°
vendredi	35°
samedi	70°
dimanche	45°

a) Sachant qu'au cours de la semaine il y a eu 864 entrées, calculer le nombre d'entrées chaque jour.

b) Calculer la moyenne du nombre d'entrées pour mercredi, samedi et dimanche, et la moyenne du nombre d'entrées pour les autres jours de la semaine.

Le Cours

1. Moyenne

Définition :
La moyenne de plusieurs valeurs « d'observations » est le quotient de leur somme par l'effectif total, c'est-à-dire le nombre de ces valeurs.

Exemple :
Adrien a obtenu la suite de notes ci-dessous :
13, 14, 11, 8, 7, 13, 8, 8, 13, 7, 14, 16

Il peut calculer sa moyenne de deux façons différentes :

- (13 + 14 + 11 + 8 + 7 + 13 + 8 + 8 + 13 + 7 + 14 + 16)/12
  = 132/12 = 11
- $(2\times7+3\times8+1\times11+3\times13+2\times14+1\times16)/12$
  = 132/12 = 11
  (c'est une moyenne pondérée).

Calcul d'une moyenne :
Premier cas : les observations sont connues individuellement.
On applique directement la définition.

Deuxième cas : les observations sont connues sous forme d'effectifs pour chaque valeur.

Pour obtenir la moyenne :

- on effectue les produits de chaque valeur par l'effectif correspondant,
- on ajoute les produits,
- on divise par l'effectif total.
  (On parle de moyenne pondérée par les effectifs.)

1. Médiane

Définition :	***Exemples :***
On appelle « médiane » tout nombre tel que l'effectif des valeurs qui lui sont strictement inférieures et l'effectif des valeurs qui lui sont strictement supérieures ne dépasse pas la moitié de l'effectif total (c'est-à-dire 50% de l'effectif total).	• Pour calculer sa note médiane, Adrien rang ses notes dans l'ordre croissant : $\underbrace{7,\ 7,\ 8,\ 8\ 8\ 11,}_{6\text{ valeurs}}\ \underbrace{13\ 13\ 13\ 14\ 14\ 16}_{6\text{ valeurs}}$

Tout nombre compris entre 11 et 13 est une note médiane. On peut, par exemple, convertir de prendre, ici, 12 comme note médiane.

- Dans l'Activité 3, la médiane vaut 2 750 km. (50% des motards ont parcouru moins de 2 750 km.)

Calcul d'une médiane :

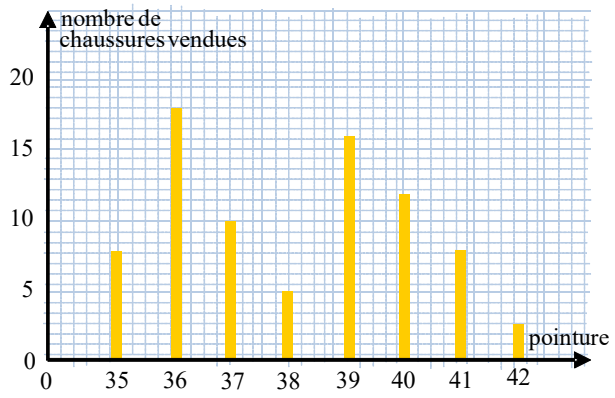
Premier cas : les observations sont connues individuellement.
On range ces valeurs dans l'ordre croissant ou décroissant et on applique la définition.

Deuxième cas : les valeurs ont été regroupées en classes.
La médiane est l'abscisse du point d'ordonnée N/2 sur le polygone des effectifs cumulés croissants ou décroissants lorsque N représente l'effectif total.

Ce qu'on attend de moi

1) Savoir lire des données statistiques et calculer une moyenne.

Une vendeuse a vendu en une semaine 80 paires de chaussures de femme. Le diagramme ci-dessous indique le nombre de paires vendues en fonction de la pointure :



1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42
Nombre de paires de chaussures vendues dans cette pointure								

2. Calculer la pointure moyenne vendue par cette vendeuse au cours de la semaine.

(D'après le Brevet des Collège, 3e, Amiens, 1991.)

Solution

1)

Pointure	35	36	37	38	39	40	41	42
Nombre de paires de chaussures vendues dans cette pointure	8	18	10	5	16	12	8	3

2) $M = \dfrac{35\times8+36\times18+37\times10+38\times5+39\times16+40\times12+41\times8+42\times3}{80}$

$= \dfrac{3046}{80} = 38{,}075.$

La pointure moyenne est donc proche de 38.

1) Savoir présenter des données statistiques et les exploiter.

Une usine teste des ampoules électriques en étudiant leur durée de vie (en heures) sur un échantillon de 2 000 ampoules.

Durée de vie d (en h)	Nombre d'ampoules
$300 < d < 500$	270
$500 < d < 700$	640
$700 < d < 900$	750
$900 < d < 1\,100$	340

1. Représenter le tableau par un histogramme (un diagramme en barres).
   On prendra : 1 cm pour 100 heures et 1 cm pour 100 ampoules.
2. Calculer la durée moyenne de vie des ampoules de cet échantillon.
   (On fera comme si toutes les ampoules d'une même classe avaient pour durée de vie le centre de cette classe.)

(D'après le Brevet des Collèges, 3e, Lille, 1990.)

Convention

Lorsque les valeurs ont été regroupées en « tranches », on classes, le calcul de la moyenne se fait en admettant que toutes les valeurs d'une même classe se « regroupent » au centre de cette classe.

Solution

1) Voir l'histogramme ci-dessous.

2) $M = \dfrac{400\times270+600\times640+800\times750+1000\times340}{2000} = \dfrac{1432000}{2000} = 716.$

La durée moyenne de vie de ces ampoules est de 716 heures.